

基於粗略共同向量的人臉部份比對

陳冠志

朝陽科技大學&碩士生
horatio2050@gmail.com

陳靖國

朝陽科技大學&助理教授
jkchen@cyut.edu.tw

戴紹國

朝陽科技大學&助理教授
sgdai@cyut.edu.tw

摘要

人臉識別在移動裝置和硬體的蓬勃發展下逐漸地被應用在真實生活中，例如：透過人臉辨識的門禁系統、攝影監視系統、出勤系統以及智慧型手機等等，但是到了今天人臉識別仍然存在著一些問題尚未完全被解決。例如在人臉部分被遮蔽情況下的比對就是一個很重要的議題。在本文中將會使用粗略共同向量(Rough Common Vector)並且提出一個人臉部份比對的機制來解決此問題。粗略共同向量的特點是減少訓練資料的維度並且提取出重要的資料後再作分析，而部分比對的機制可以自動地分析整張人臉進行比對還是進行切割後再比對比較有利，而且以一套適應性的權重投票機制來決定最相似的人臉。本篇將會使用AR人臉資料庫作實驗，在人臉有遮蔽物的情況下，進行我們方法的效率評估，實驗結果顯示我們部分比對方法的正確率可以到達87%。

關鍵詞：粗略共同向量；人臉識別；主成份分析；線性判斷分析。

Abstract

As technology develops with the mobile devices and hardware face recognition is increasingly used in real-life applications such as access control systems for face recognition, photographic surveillance systems, attendance systems, and smartphones, and so on. However, there are still some problems that have not yet been solved completely. For example, when we want to face recognition under the human face is partially masked (partition match) is a very important issue. In this paper, we will discuss the eigenface method of face detection. Rough Common Vector will be used to solve this problem. The feature of rough common vector is to reduce the

dimension of training data and extract important data, then analysis it. This article will use the AR face database for experiments, when the face with shelter cases, evaluate the accuracy through our method. The accuracy of partial match can be 87% in this paper.

Keywords: rough common vector; face recognition; linear discriminant analysis; principal component analysis.

1. 緒論

近十年人臉識別在生活上變成了熱門的應用，例如：透過人臉辨識的門禁系統、攝影監視系統、出勤系統以及智慧型手機等等，儘管如此人臉辨識的應用領域依然還有很大的應用空間。自從1980年代的光學成像技術和計算機運算的崛起，人臉識別的應用才開始1990年代逐漸地能實際的應用在生活當中，在近十年的生物特徵識別的應用越來越多與人們的事物相關，也有很多經典的方法被提出來要解決人臉識別的問題，隨著時間和科技的發展人臉識別也逐漸地被應用在實際生活當中，但是到了今天人臉識別仍然存在著一些問題尚未完全被解決。

人臉識別的技術分成三種，人臉檢測、人臉跟蹤以及人臉比對。在此實驗中我們將會探討人臉檢測中特徵臉的方法-主成分分析(Principal Components Analysis)[7][11][12]以及線性判斷分析(Linear Discriminant Analysis)[1][6]，這兩個方法在人臉辨識上已有很大的貢獻，在過去基於人臉特徵向量和特徵臉的計算方式已經被成熟的運用，但是在特徵臉中對於人臉部分比對相對少見。在本論文中將會使用粗略共同向量(Rough Common Vector)[3]來探討人臉部分比對，粗略共同向量的特點是減少訓練資料的維度並且提取出重要的資料後再作分析。人臉識別的需求條件相對嚴苛只要人臉的角度、亮度條件或者臉部有多餘的遮蔽物，例如：眼鏡、圍巾等等準確率就會下降很多。本篇將會探討在人臉在有遮蔽

物的情況時透過我們的實驗，在不同情況下同樣角度的部分人臉識別可以提升識別率。本文的架構如下，第一章為人臉識別的發展和資訊背景簡單的介紹、研究動機與研究目的；第二章為文獻探討，先介紹人臉識別的相關的優劣勢，之後介紹主成分分析和線性判斷分析的研究。第三章為本篇的方法和架構，第四章為本研究的實驗結果、人臉資料庫以及準確度的計算、討論及評估其可能性；第五章為結論和未來展望。

2. 文獻探討

2.1 主成分分析(Principal Components Analysis)

主成分分析(Principal Components Analysis)是一種常見降低資料集維度的技術，常用於降低資料集維度和運用在資料集分析。由英國科學家 Karl Pearson 在 1901 年提出，主成份分析利用標準差矩陣作為基本進而分析資料集。作法是求出影像平均值，再取每張影像減去平均值得到一個差向量，再求出差向量的特徵值(Eigenvector)與特徵向量(Eigenvector)，保留變化較大的特徵向量數，將向量投影到保留的特徵向量矩陣，會得到影像的特徵向量，這些特徵向量就能取代原始影像，而達到特徵擷取的效果。藉由全部影像的差向量集合產生共變異矩陣(Covariance Matrix)。它建立一個數學模型來獲得數據主成份(Eigenvector)，然後用主成份分析數據的權重(Eigenvalues)。主成分分析最主要的核心在於正交線性座標變換數據將被轉換為新的坐標系，第一大方差將投影在第一坐標上，第二大方差將投影在第二坐標上；以此類推的方式將不需要的資料集刪除，保留前段的資料集分析。由主成分分析處理的原始數據集由新坐標系呈現，而且這些新座標可以反映數據集的差異特徵，主成分分析可以保持數據集的最大標準偏差，同時減小數據集的維度。

假設現在有資料集 N 個樣本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ， W 是將原始空間 d 維空間映射到 m 維特徵空間的變換其中 $m < d$ ，新特徵向量 $y_k \in R^m$ 由以下的線性變換定義公式(1)

$$y_k = W^T x_k, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

其中 W 是具有正交列向量的矩陣，總散射矩陣 S_t 定義如下公式(2)。

$$S_t = \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)(x_k - \mu)^T \quad (2)$$

其中 $\mu \in R^d$ 是所有樣本的平均值。在經過線性轉換後總散射變換特徵矩陣是 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 是 $W^T S_t W$ 。在主成分分析中變換矩陣列向量 W_{opt} 由映射樣本的散射矩陣 S_t 的最佳化作決定，如下公式(3)

$$W_{opt} = \arg \max_W |W^T S_t W| = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m] \quad (3)$$

其中 $\{\phi_i | i=1, 2, \dots, m\}$ 是相對應較大特徵值的一組維的特徵向量的集合，在人臉識別中，特徵向量具有與原始臉部圖像相同的維度。

2.2 線性判斷分析(Linear Discriminant Analysis)

線性判別分析 (Linear Discriminant Analysis) 是由英國學者 R.A.Fisher 於 1936 年提出的統計分析方法。線性判斷分析是一種監督式的學習方式，它的基本概念是將高為數據投影到向量空間中，其中數據的總內方差達到最小，且每組的總距離達到最大值。為了提取特徵和壓縮特徵空間，透過線性判斷分析投影，樣本將被投影到新的子空間，它在聚間散射產生最大距離和聚內散射產生最小距離，這樣在新的子空間中具有最好的分類性能。在線性判斷分析中，我們要讓聚類散佈矩陣 S_b 的值最大化和聚內散射 S_w 的值最小化的方式來選擇變換矩陣 W 。

假設訓練集由 C 類組成，每類包含 n_i 個樣本，是 x_{ij} 表示來自第類的第 i 個 j 樣本的為列向量。和 如下公式(4)(5)

$$S_b = \sum_{i=1}^C \frac{n_i}{n} (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T \quad (4)$$

$$S_w = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \mu_i)(x_{ij} - \mu_i)^T \quad (5)$$

其中 μ_i 是第 i 樣本的平均值， μ 是所有樣本的平均值。如果 S_w 是非奇異的，則最佳變換 W_{opt} 由等式(6)所示，其中聚間散佈矩陣越大越

好，且聚內散佈矩陣越小越好。

$$W_{opt} = \arg \max_w \frac{|W^T S_b W|}{|W^T S_w W|} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m] \quad (6)$$

其中 $\{\phi_k | k=1, 2, \dots, m\}$ 是方程的一組廣義特徵向量公式(6)對應於 m 個最大廣義特徵值。在基於外觀的臉部識別中，樣本總數 n 可以遠小於圖像空間的維數 d (d 是臉部圖像尺寸的數目)，這意味著 S_w 可以為奇異的，並且最佳的變換矩陣可以不存在，這就是小樣本問題 (Small Sample Problem) 也稱之為維度災難 (Curse of Dimensionality) [5][8][10][13]。為了解決這個問題，我們在實驗中會先使用主成份分析先將圖像樣本映射到較低維空間，讓 S_w 為非奇異然後使用標準線性判斷分析進一步降低維度。

2.3 共同向量(Common Vector)

共同向量[4][9]或零空間(Null Space)方法實際上使用公式(8)的 $Null(S_w)$ 中相同的特徵。在各個類別中的樣本數小於或等於樣本空間的維度的情況下，共同向量的基本思想最初被引入用於文章中單詞識別問題。共同向量通過消除各個類別中每個樣本的差異來提取訓練集中各個類別的共同屬性。透過去除在與 S_w 的非零特徵值對應的特徵向量的方向上的所有特徵來獲得每單類的共同向量。對於使用共同向量的方法，在此我們定義 $Range(S_w)$ 和 $Null(S_w)$ 如下公式(7)、(8)：

$$Range(S_w) = span\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r\} \quad (7)$$

$$Null(S_w) = span\{\phi_{r+1}, \phi_{r+2}, \dots, \phi_d\} \quad (8)$$

其中 $r \leq d$ 和 ϕ_i 的排序是對應於第 i 個特徵值的特徵向量。對於任何訓練樣本 x_{ij} ，從 S_w 的定義可以使用 $Range(S_w)$ 的基礎向量精確地重構 $x_{ij} - \mu_i$ ，如公式(9)。

$$x_{ij} - \mu_i = \sum_{k=1}^r \langle x_{ij} - \mu_i, \phi_k \rangle \phi_k \quad (9)$$

其中 $\langle \rangle$ 是兩個向量之間的內積，從下列公式(10)中

$$\langle x_{ij} - \mu_i, \phi_k \rangle = \langle x_{ij}, \phi_k \rangle - \langle \mu_i, \phi_k \rangle \quad (10)$$

這樣一來就能推導出公式(11)

$$x_{ij} - \sum_{k=1}^r \langle x_{ij}, \phi_k \rangle \phi_k = \mu_i - \sum_{k=1}^r \langle \mu_i, \phi_k \rangle \phi_k \quad (11)$$

得到表示 $x \in R^d$ 的近似值

$$\hat{x} = \sum_{k=1}^r \langle \mu_i, \phi_k \rangle \phi_k \quad (12)$$

然後就可以重寫成公式(13)

$$\langle x_{ij}, \phi_k \rangle = \langle \mu_i, \phi_k \rangle \quad (13)$$

$$\text{for } j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\text{and } k = r+1, \dots, d$$

樣本 x_{ij} 與其近似之間的差異與 j 無關。我們將此差別表示為 x_c^i ，如下公式(14)表示。

$$x_c^i = x_{ij} - \hat{x}_{ij} \equiv \mu_i - \mu_i \quad (14)$$

$$\text{for } i = 1, 2, \dots, C$$

實際上， S_w 如果是奇異的，則可以通過將第 i 類中的任何訓練樣本映射到 S_w 的 $Null(S_w)$ 零值空間來獲得共同向量。從 $Null(S_w)$ 與 S_w 的特徵值只對應到零的所有特徵向量。對於任何訓練樣本 x_{ij} ，由於 $x_{ij} - \mu_i$ 屬於 $Range(S_w)$ ，因此 x_{ij} 必須與 $Null(S_w)$ 的所有基本向量正交，如以下公式(15)、(16)。

$$\langle x_{ij} - \mu_i, \phi_k \rangle = 0 \quad (15)$$

$$\text{for } k = r+1, \dots, d$$

$$\langle x_{ij}, \phi_k \rangle = \langle \mu_i, \phi_k \rangle \quad (16)$$

$$\text{for } j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\text{and } k = r+1, \dots, d$$

特徵向量如下公式(17)表示

$$\text{Eigenvector} = \begin{bmatrix} \phi_{r+1} \\ \phi_{r+2} \\ \vdots \\ \phi_d \end{bmatrix} \quad (17)$$

公式(17)中特徵向量的維度為 $d-r$ ，因此，相同類的所有樣本將被映射到零空間中的公共向量，且該向量可以用於分類。其中需要注意在人臉識別中， $\text{Null}(S_w)$ 的排序可以遠大於 $\text{Range}(S_w)$ 的排序。在這種情況下，保持對應於非零特徵值的特徵向量將更有效，而不是直接使用零值空間。

3. 研究方法

3.1 粗略共同向量(Rough Common Vector)

上述的共同向量方法有一個缺點。在有很多訓練數據的情況下， S_w 可能變成奇異數，並且零空間可能不存在。在機器學習的上下文中，我們希望收集盡可能多的數據以提高學習系統的性能。但是，如果在有很多數據的情況下，零空間的方法不能使用。為了解決這個問題，本研究將聚內的向量 S_w 的特徵向量劃分為兩組。第一組包含對應於最大特徵值的特徵向量，第二組包含其餘部分，它可以如公式(18)、(19)定義：

$$A = \text{span}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m\} (m < d) \quad (18)$$

$$B = \text{span}\{\phi_{m+1}, \dots, \phi_d\} \quad (19)$$

其中這裡，我們假設 m 小於 S_w 的排序，實際上是 $\text{Range}(S_w)$ 的擴展。在此研究中，我們稱 B 是 $\text{Range}(S_w)$ 的簡略的零空間 (RNS)，我們稱之為簡略的共同向量。用於劃分特徵向量的一個標準如下公式 (20) 所表示：

$$w' = \text{Eigenvector} = \begin{bmatrix} \phi_k \\ \vdots \\ \phi_r \\ \phi_{r+1} \\ \phi_{r+2} \\ \vdots \\ \phi_d \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中此向量空間的維度為 $d-k+1$ ，該空間將大於共同向量原因，我們取該值接近零，這意味著 $\lambda_i(\phi_k \text{ to } \phi_r) \approx 0$ ，也就是取複數的意思，不只到零而已。對於任何的 x_{ij} 有如公式(21)。

$$x_{ij} \approx \mu_i + \sum_{i=1}^m \langle x_{ij} - \mu_i, \phi_k \rangle \quad (21)$$

如此一來，大 $x_{ij} - \mu_i$ 致與 B 正交

$$\langle x_{ij} - \mu_i, \phi_k \rangle \approx 0 \text{ or } \langle \mu_i, \phi_k \rangle \quad (22)$$

$$k = m+1, \dots, d$$

因此，相同類的所有樣本將被映射到 B 中的簡略的共同向量 (RCV)，並且向量如公式(23)表示

$$y_{rcv}^i = [\langle \mu_i, \phi_{m+1} \rangle, \dots, \langle \mu_i, \phi_d \rangle]^T \quad (23)$$

在過程中會決定未知樣本 x 並且將其映射到 $y = w'x$ ，如公式(24)表示：

$$y - y_{rcv}^{i^2} = \min_i y - y_{rcv}^{i^2} \quad (24)$$

x 就會被分類到第 i 類，這就是我們定義簡略的共同向量的方法，是現有共同向量的延伸。

3.2 人臉部分比對流程

在本文中的人臉比對會先將整張臉四等分如圖 1(c,d,e,f)所示，並且計算其粗略共同向量，然後到資料庫中進行距離計算，如果有遮蔽物，則該分割區塊與資料庫的所有相對應區塊在其特徵空間的距離來會有很大的差距。所以如果有任意一個區塊與資料庫相對應的區塊距離為 d ，而且 d 大於我們預設的一個臨界值 T ，則表示所要查詢的人臉有遮蔽物。因此查詢時就以四等分切割影像下去查詢，否則就

使用原來未分割影像進行查詢。如果必須切割成四等份查詢時，每一個子影像也必須進行同樣的程序，確認是否影像必須再繼續切割下去。這樣的話就可以找出遮蔽物的位置，然後未遮蔽的部位仍能與資料庫影像進行正確比對。

每一部分影像進行查詢時，分別到資料庫找出相對應部位最相似的影像編號，然後再進行投票，而投票權重 w 則是以這部分影像佔全體影像的比例來計算，例如以全張影像進行查詢時，其 w 為 1；而假設使用 $1/4$ 的影像查詢時擇期 W 為 $1/4$ ，以此類推。最後再找出得票比例最高的人臉影像作為最終查詢結果。實際演算法如表 1。

表 1 粗略共同向量部分比對演算法之虛擬碼

Algorithm RCVPT

Input I , W , M and I is the Image, W is the weights, M is the Matrix.

Output M

1. Calculate RCV of I
2. partition I into I_1 to I_4 equally
3. Calculate $RCV_{1\sim4}$ of $I_{1\sim4}$
4. Calculate distance between RCV, $RCV_{1\sim4}$ and all DB index and distance is d , $d_{1\sim4}$
5. For $x=1\sim4$
If $d_x > T$ then
 RCVPT(I_x , $W/4$)
Else
 select label Z , where Z is the face label in DB
 and distance between Z and I is d
6. $M[Z]=M[Z]+W$
7. Return M

圖 1 和圖 2 分別是有無遮蔽和有圍巾遮蔽的範例，兩者都只切割到 $1/4$ 影像大小就得出結果。如圖 1，(a)圖是要查詢的人臉，(b)是所查詢到的人臉，而(c,d,e,f)則是四等分切割的影像，按照演算法會計算出 RCV 到 $RCV_{1\sim4}$ 五個共同向量，接著會計算每張圖片與資料庫中人臉的特徵向量距離，並且選出最小的距離為 $d_1\sim d_4$ ，分別為 0.2104、0.2262、0.3243、0.2886，而他們均小於 T 值。圖 2(a)查詢的臉有圍巾遮蔽，其中(c、d、e、f)的特徵向量距離分別為 0.1666、0.1351、0.5797、0.7592，其中圖 2(e)、圖 2(f)的特徵向量距離 d 均大於 T 值，所以使用四等分切割分別進行查詢，圖 2(b)為查詢結果。

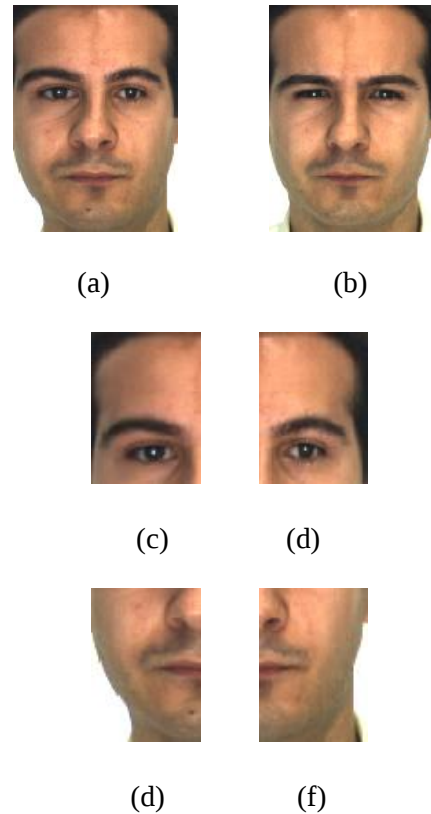


圖 1 臉部無遮蔽查詢範圍

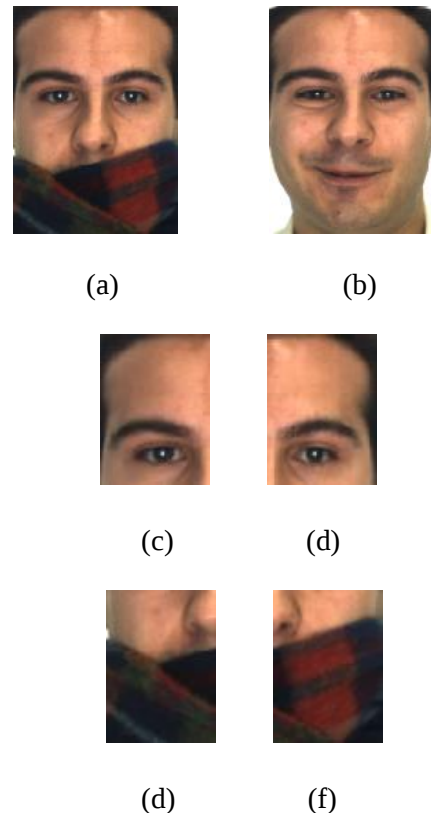


圖 2 臉部有遮蔽查詢範圍

4. 實驗結果

4.1 人臉資料庫

在本文中資料庫使用的是 AR Face Database[2]，此人臉資料庫是由 Aleix Martinez 和 Robert Benavente 教授所創建。它包含超過 4000 張彩色圖像，對應於 126 個人的臉（70 位男性和 56 位女性）。圖像具有不同面部表情，照明條件和遮蔽物的正面人臉圖片，在此實驗中我們取 2000 張彩色圖像對應於 100 個人的臉（50 位男性和 50 位女性），下圖 3 是其中一位男性人臉無遮蔽物的影像，圖 4 是有圍巾的影像。



圖 3 AR 人臉資料庫人臉範例圖



圖 4 AR 人臉資料庫圍巾中的範例圖

4.1 實驗設計

本研究的環境是以 AR 人臉資料庫[2]為例，並且將無遮蔽物的人臉當成訓練集，將有圍巾的人臉當成測試集與無遮蔽物人臉做比較看正確率是否有七成以上的正確率，因為如果連正確臉測試正確率不夠高的話就無法往下繼續延伸本文需要的自動偵測哪一部分的臉部資訊是要刪選的，以下圖 5 是本文實驗流程。

在圖 5 中在切割圖片大小的步驟裡，在本文內會有兩種尺寸分別為 16×16 和 32×32 。在本實驗中，正確率的計算公式如下公式(26) 所示。

$$R = \frac{N_c}{N_T} \quad (26)$$

N_c 是正確分類的數量， N_T 是測試數據的數量，通過這種方式我們可以找出資料庫中的正

確率。

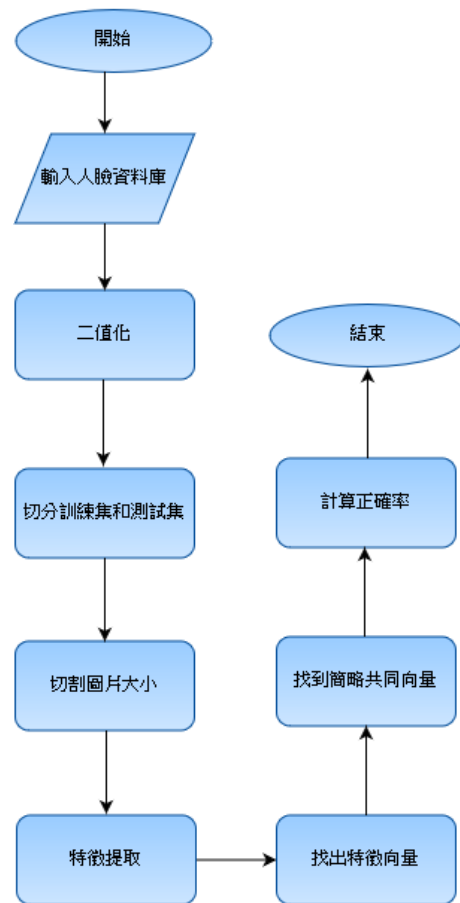


圖 5 實驗流程圖

4.3 實驗結果

本實驗的切割圖片尺寸分別有 16×16 以及 32×32 ，實驗結果有粗略共同向量以及粗略共同向量部分比對兩種，如下表表 2 所示，由表 2 可以看出，有遮蔽物的人臉圖像只作粗略共同向量計算時，在圖片尺寸 16×16 與 32×32 正確率有五成二到六成五，可是在多了部分比對流程之後，在圖片尺寸 16×16 與 32×32 正確率提升到八成四到八成七。這證明了部分比對的流程在有人臉有遮蔽物的情況下可以提升人臉的辨識率。

5. 結論及未來展望

5.1 結論

特徵臉法在一些特定情況的人臉辨識中會需要辨識臉部有遮蔽物的人臉或者有些微

變化的人臉，例如在汽車上的人臉辨識，因為在汽車中人臉特徵的改變相對比較大的，白天和晚上的光線差異、冬天和夏天臉部的遮蔽物改變等等，在這種情況之下會需要自動刪除因為變化而改變人臉特徵值的變化部分。

本研究提出在基於簡略的共同向量下的人臉區域部分識別，藉此讓人臉不需要整個區域都需要識別，針對非遮蔽物的人臉進行比對，能夠剔除人臉當中不需要識別的遮蔽物區域進而檢測出測試人的身分。

表 2 粗略共同向量在使用部分比對下之正確率比較

方法 \ 圖片大小	16×16	32×32
粗略共同向量	52.87%	65.87%
粗略共同向量 部分比對	84.44%	87.22%

5.2 未來展望

在目前的人臉區域擷取的部分只有先切成四塊初步測試非遮蔽物的人臉正確率，無法正確的給予人臉區域特徵值的閾值然後刪除掉遮蔽物區塊，因此還需要進一步測試遮蔽物的閾值與不同光線中的特徵值才能夠篩選出那些人臉區域是要刪除或要選擇的。

目前本研究還需要收集更多的數據資料以便了解遮蔽物的特徵值進而剔除然後對部分人臉檢測進而識別出個人身份。

參考文獻

- [1] A. M. Martinez, and A. C. Kak, "PCA versus LDA", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 23, No. 2, pp. 228-233, February 2001.
- [2] A. Martinez and R. Benavente, "The AR Face Database", *Univ. Purdue, CVC Tech. Rep.*, Vol. 24, 1998.
- [3] G. C. Chen, Q. Zhao and Y. Pei "Face Recognition base on Sub-space Approaches", *Proc. of the 9th IEEE International Conf. on Ubi-Computing*, UMEDIA 2016 The Conference Proceedings, pp133-138, August 2016.
- [4] H. Cevikalp, M. Wilikes, and A. Barkana, "Discriminative Common Vectors for Face Recognition", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.27, No.1, January 2005.
- [5] H. Yu and J. Yang, "A Direct LDA Algorithm for High- Dimensional Data with Application to Face Recognition", *Pattern Recognition*, Vol. 34, No. 10, pp. 2067-2070, 2001.
- [6] K. Etemad and R. Chellappa, "Discriminant Analysis for Rrecognition of Human Face Images" *J. Optical Society of America*, Vol. 14, No. 8, pp.1724-1733, 1997.
- [7] K. Fukunaga, "Introduction to Statistical Pattern Recognition". Second ed. New York: Academic Press, 1990.
- [8] L. Chen, H. Liao, M. Ko, J. Lin, and G. Yu, "A New LDA- Based Face Recognition System which can Solve the Small Sample Size Problem", *Pattern Recognition*, Vol. 33, No. 10, pp. 1713-1726, 2000.
- [9] M. B. Gulmezoglu, V. Dzhafarov, M. Keskin, and A. Barkana, "A Novel Approach to Isolated Word Recognition," *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, Vol. 7, No. 6, pp. 620-628, 1999.
- [10] M. Kirby, and L. Sirovich, "Application of the Karhunen-Loeve Procedure for the Characterization of Human Faces", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, no. 1, pp. 103-108, 1990.
- [11] M. Turk and A. P. Pentland, "Eigenfaces for Recognition", *J. Cognitive Neuroscience*, Vol. 3, No.1, pp.71-86, 1991.
- [12] M. Turk and A. P. Pentland, "Face Recognition using Eigen- faces" , *Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.586-591, 1991.
- [13] R. Huang, Q. Liu, H. Lu, and S. Ma, "Solving the Small Size Problem of LDA", *Proc. 16th Int. Conf. on Pattern Recognition*, Vol. 3, pp. 29-32, 2002.