

抖動(Dithering)技術是否可改善二元相位調變系統之效能?

林晉丞
國立彰化師範大學
電信工程研究所
e-mail :
h701006@yahoo.com.tw

熊大為
國立彰化師範大學
電信工程研究所
e-mail :
davids@cc.ncue.edu.tw

摘要

在本論文中，我們探討抖動(Dithering)技術在類比數位轉換器(Analog-to-Digital Converter, ADC)中的應用，而抖動訊號的作用是打亂這種相對固定的關係。為了實現打亂的目標，抖動訊號一定要與輸入訊號獨立，本論文用相位偏移調變(Binary phase-shift keying, BPSK)經過類比數位轉換器因受到有限位元的影響，而產生量化雜訊，並利用抖動技術來盡可能減小這些非輸入訊號成分，並將訊號經過傅立葉轉換到頻譜上觀察，因量化誤差造成頻譜上出現特別突出的頻率，而加入抖動訊號來降低頻譜上突出的頻率並分析訊雜比和無雜波動態範圍(Spurious-Free Dynamic Range, SFDR)。比較不同量化位元及加入抖動後的位元錯誤率(Bit error rate, BER)，最後得到加入抖動訊號未能改善通訊系統位元錯誤率之結論，但改善了頻譜上突出的訊號，這在通訊中有著重要的意義。

關鍵詞：抖動、量化、無雜波動態範圍。

Abstract

In this paper, we discuss the application of dithering in analog-to-digital converter (ADC) and the role of dithering to disrupt this relatively fixed relationship. In order to achieve the goal of disruption, the jitter signal must be independent of the input signal. In this paper, binary phase-shift keying (BPSK) is applied to the ADC. Dithering techniques is to minimize these non-input signal components. We observe the signal with quantization error through its Fourier transform and combine it with the dithering signal to reduce the prominent spurs around the intended signal in terms of its spurious-free dynamic range (SFDR). By comparing the bit error rate (BER) of various schemes we conclude

that the BER of BPSK signaling system can not be improved when the dithering techniques is applied.

Keywords: Dithering, ADC, SFDR.

1. 前言

在 1951 年，Goodall 發表了一個理論，將抖動訊號用在脈衝編碼調變(Pulse-code modulation, PCM)中降低量化效應[1]，到了 60 年代早期，抖動技術得到廣泛的應用，Spang 和 Schuchman 指出通過加迴授到類比數位轉換器可以使雜訊頻譜改變，並使給定頻域的雜訊減少，雖然這樣做增加了整體的雜訊[2]。Blessner 指出：量化雜訊的平均值能在兩個值之間被連續地除去。從他的描述中可以清楚地看到，對於數位音頻，抖動只需簡單的把一個雜訊加到類比數位轉換器的輸入端就可以實現[3]。

1984 年 Vanderkooy 和 Lipshitz 探討抖動技術在影像中的運用，並把它運用在音頻訊號中。他們對抖動效應從理論上和實驗上進行了分析。通過量化訊號的實例說明了抖動能有效把突起訊號轉化為低幅度的寬帶雜訊[4]，這些改善效果能被人耳所察覺。到了 90 年代，M. F. Wagdy 等多人對抖動技術改善類比數位轉換器的量化雜訊、傳遞函數的微分非線性和積分非線性做了詳細的論述，並做了大量的理論分析。抖動技術在改善類比數位轉換器性能中的作用得到廣泛的應用和承認[5]。如在控制系統中用抖動技術進行雷達天線的自適應補償、電波望遠鏡中滑動摩擦的補償，在鐵電物質液晶顯示器中運用抖動技術可實現一千六百萬種色調，在掃描光學顯微鏡中利用抖動原理提高其靈敏度[6]。

而本論文討論抖動技術是否可以改善二元相位調變系統之效能。本篇論文的第二節敘

述系統架構，第三節為效能分析，第四節為數值結果，最後第五節為結論。

2. 系統架構

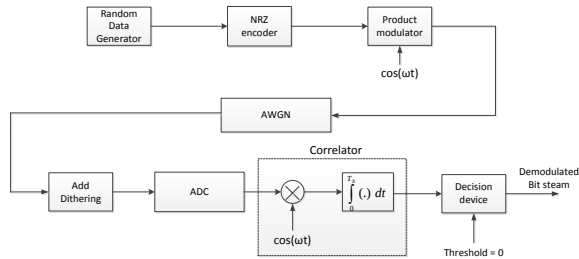


圖 1 系統架構

圖 1 為系統架構使用相位偏移調變，通道模型為加性高斯白雜訊 (Additive White Gaussian Noise, AWGN)，本論文探討類比數位轉換器中造成的量化誤差，假設類比數位轉換器前加入一個與原訊號獨立並且為隨機的抖動訊號，來打亂原本相對固定的關係，經過相關接收器 (Correlation receiver) 解調後，並分析錯誤率。

2.1 相位偏移調變

二元相位偏移調變是相位偏移調變系列中最簡單的一種。它是使用兩個相位差 180° 且正交的訊號表示 0 及 1 的資料。它在坐標圖放置的點並無特別設計，兩點皆放在實數軸，分別在 0° 的點及 180° 的點。這種系統是在相位偏移調變系列中抗雜訊能力是最佳的，在傳送過程中即使嚴重失真，在解調時仍可盡量避免錯誤的判斷。然而，由於只能調變 1 位元至符元上，所以不適合用在高帶寬資料傳送需求的系統上。標準二元相位偏移調變遵循如下公式[7]：

$$S_n(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi(1-n)), n=0,1 \quad (1)$$

2.2 通道模型

加性高斯白雜訊通道是最基本的雜訊與干擾模型，它具有高斯隨機分布的特性，其平均數為 0、標準差為 1，通常表示為 $n(t)$ ，而且無論有無信號，雜訊 $n(t)$ 都是始終存在的。因此通常稱它為加性雜訊或者加性干擾[8]。它的功率譜密度在所有的頻率上均為一常數，因此稱這樣的雜訊為白雜訊。

2.3 抖動訊號

在類比數位轉換器中，工作狀況可以通過引入抖動訊號得到改善。抖動技術是在轉換前混入輸入訊號的微量隨機雜訊。它的作用效果是輸入訊號極小時，造成最低有效位 (Least Significant Bit, LSB) 的狀態隨機在 0 和 1 之間振盪，而不是處於某一個固定值。這樣做可以擴展類比數位轉換器可以轉換的有效範圍，而不需要在低輸入的情況下完全切斷這個訊號，不過這樣做的代價是噪音會小幅增加，量化誤差會擴散開[9][10]。根據抖動訊號的特點可以把它分為不同的類型，圖 2(a) 為幅度在 1 個最低有效位範圍內的抖動訊號，圖 2(b) 為幅度在幾個或幾十個最低有效位範圍內的寬帶抖動訊號，本論文使用的架構為圖 2(a) 的抖動訊號。

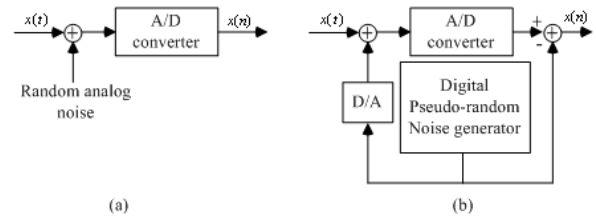


圖 2 (a) 小幅度寬抖動訊號加入 (b) 大幅度寬帶抖動訊號加入[11]

3. 效能分析

本章節我們將分析類比數位轉換器分別是 3 位元與 5 位元的差別，系統參數設定是中心頻率 $f_o = 100\text{kHz}$ 、取樣頻率 $f_s = 2\text{MHz}$ 、取樣週期 $T_s = 500\text{ns}$ 、傳輸速率 $R_b = 100\text{kbps}$ 、位元週期 $T_b = 10\mu\text{s}$ 、頻寬 $BW = 20\text{kHz}$ ，首先我們設定量化位數為 3 位元，其結果如圖 3，藍色線為原始訊號，紅色線為量化後訊號，圖中訊號都已經過正規化至 0 dB 以方便比較。如圖紅色線所示，因量化造成量化雜訊在頻譜上有許多特別突出的頻率。

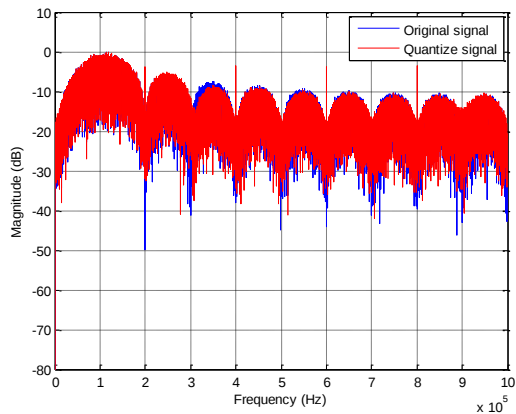


圖 3 原訊號與 3 位元量化頻譜圖

如圖 4 所示，為了解決此現象，我們在類比數位轉換器之前加入了抖動訊號，綠色線為模擬結果，雖然總雜訊量明顯上升，但改善了原本頻譜上突出的頻率。使用的量化位元數越小，其量化誤差越大，突起訊號越高也代表無雜波動態範圍越小。

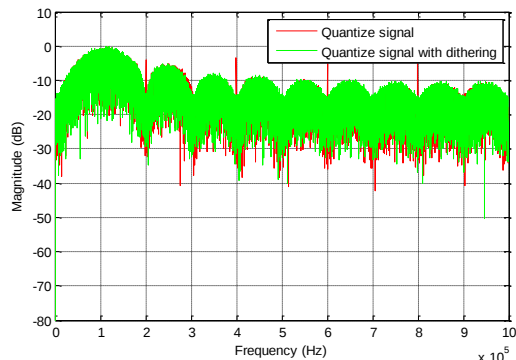


圖 4 比較量化與具有抖動訊號的頻譜

如圖 5、6 所示，使用的量化位元數越大，其量化誤差越小，突起訊號越小也代表無雜波動態範圍越大，位元數越小，量化雜訊與抖動訊號雜訊隨之提高，反之，位元數越高，量化雜訊與抖動訊號雜訊隨之降低。

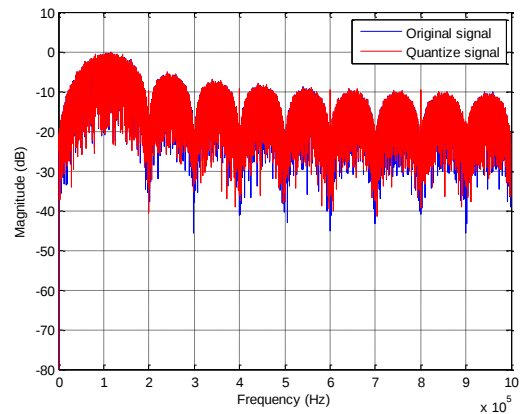


圖 5 原訊號與 5 位元量化後的頻譜

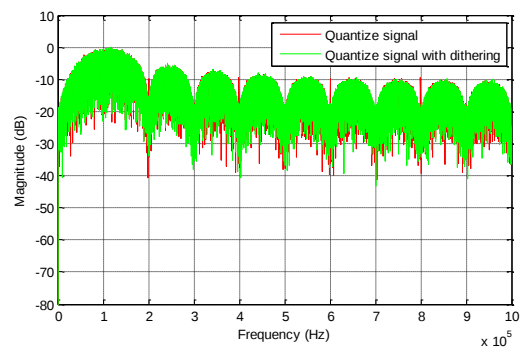


圖 6 比較量化與具有抖動訊號的頻譜

接下來，我們比較不同位元數與加入抖動訊號，如圖 7 所示，藍色線為理論線，比較 5、6、7 三種位元，分別用綠色、紅色、淡藍色線表示，我們發現位元數越高，量化雜訊越低，錯誤率越好。

比較綠色線與粉紅色線分別是 5 位元與 5 位元具有抖動訊號，從圖中得知因為加入抖動訊號後因整體雜訊增加所以錯誤率的效能會比沒有加抖動訊號的效果來的差，驗證了將頻譜上突出的訊號壓低了，這並不意味著這個諧波雜訊減小了，而是這些諧波雜訊被分散了，被容入了整個頻譜中。

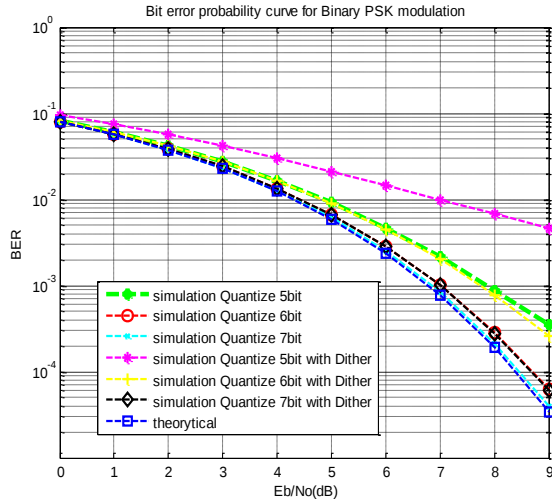


圖 7 比較有無抖動訊號位元錯誤率

本論文使用小幅度寬帶抖動訊號加入，圖 8 為量化位數 6 位元接下來我們設定不同的 LSB 大小分別討論 1/4 LSB、1/2 LSB、1 LSB 三種範例，如圖所示，加入的 LSB 越大，錯誤率效能越差，而在第四節以數值說明了抖動訊號應加入適當的大小。

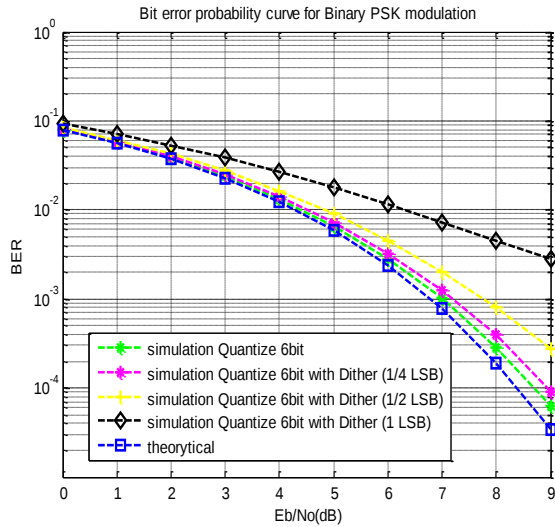


圖 8 比較不同 LSB 位元錯誤率

4. 數值結果

為了比較不同量化位數的變化，在同樣的訊雜比下，我們使用了 3、4、5 三種不同的量化位數，其中 SNR、SQNR、SQNR_D，如下列公式(2)、(3)、(4)，

$$SNR \text{ (dB)} = 10 \log_{10} \frac{\text{訊號功率}}{\text{雜訊功率}} \quad (2)$$

$$SQNR \text{ (dB)} = 10 \log_{10} \frac{\text{訊號功率}}{\text{量化雜訊功率} + \text{熱雜訊功率}} \quad (3)$$

$$SQNR_D \text{ (dB)} = 10 \log_{10} \frac{\text{訊號功率}}{\text{量化雜訊功率} + \text{熱雜訊功率} + \text{抖動訊號功率}} \quad (4)$$

在 SNR 為 40 dB 下，經過 3 位元量化後因為量化雜訊的引入，SQNR 為 14dB，加入抖動訊號後 SQNR_D 下降了 2 dB，值得注意的是，無雜波動態範圍從 4 dB 變成 16 dB 改善了 12 dB，而 4、5 位元量化的趨勢也跟 3 位元量化差不多，加入抖動訊號後 SQNR_D 也下降，且隨著使用位元數越高，我們所加入的抖動訊號越小，其 SQNR_D 下降的幅度也較小，位元數越高，其無雜波動態範圍則越大，我們再來看未加入抖動訊號的 4、5 位元量化訊號中的無雜波動態範圍大小，分別為 6 和 10 dB 當我們加入抖動訊號後，量化 4、5 位元後的無雜波動態範圍提高為 23 和 30 dB，結果符合我們預期的。

表 2 比較不同量化位數

Quantize (Bits)	SNR (dB)	SQNR (dB) (without Dither)	SQNR (dB) (with Dither)	SFDR (dB) (without Dither)	SFDR (dB) (with Dither)
3	40 dB	14 dB	12 dB	4 dB	16 dB
4	40 dB	20 dB	18 dB	6 dB	23dB
5	40 dB	25 dB	24 dB	10 dB	30 dB

如表 2，我們分別加入 1/4、1/2、1 個 LSB 大小的抖動訊號到我們 BPSK 訊號，其 SQNR 分別為 25.07、24.79、23.63 dB 我們發現隨著加入的抖動訊號量越大，其 SQNR 也隨之降低。再來比較加入不同量的抖動訊號對無雜波動態範圍大小的影響，我們發現 1/2 個 LSB 的抖動訊號，對無雜波動態範圍改善的程度最大，其無雜波動態範圍為 30 dB。

表 2 比較不同 LSB

LSB	SNR (dB)	SQNR (dB) (without Dither)	SQNR (dB) (with Dither)	SFDR (dB) (without Dither)	SFDR (dB) (with Dither)
1/4	40 dB	25.18 dB	25.07 dB	10 dB	26 dB
1/2	40 dB	25.18 dB	24.79 dB	10 dB	30dB
1	40 dB	25.18 dB	23.63 dB	10 dB	25dB

5. 結論

在數位訊號處理中，訊號在量化過程會造成量化誤差，而這種誤差會產生突起訊號，抖動技術可以壓低突起訊號，從我們模擬的訊號頻譜來看，經過量化之後確實會產生突起訊號，且使用的量化位元數越小，其量化誤差越大，突起訊號越高也代表無雜波動態範圍越小，在加入抖動之後，都可以明顯看出突起訊號被壓低了。抖動技術主要是靠著加入適量雜訊來壓低突起訊號，我們發現其 SQNR 在使用抖動技術後會降低，代表總雜訊的平均功率增加。我們把這項技術結合 BPSK 調變傳輸上並分析系統效能，發現加入抖動之後，同樣訊雜比下其錯誤率比較高，我們推論因為總雜訊增加的關係，使其系統效能較差。雖然付出的代價是 SQNR 降低，但在頻譜上對於特別突出的頻譜有良好的改善，抖動技術在通訊系統效能上要求錯誤率並未得到好的效果。

6. 參考文獻

- [1] W. M. Goodall, "Television by pulse code modulation," The Bell System Technical Journal, vol.30, no.1, pp. 33-49, Jan. 1951.
- [2] L. Schuchman, "Dither signals and their effects on quantization noise," IEEE Trans. Commun. Technol., vol. COM-12, pp. 162-165, Dec. 1964.
- [3] L. G. Roberts, "Picture coding using pseudo-random noise," IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-8, pp. 145-154, Feb. 1962.
- [4] J. Vanderkooy and S. P. Lipshitz, "Resolution below the least significant bit in digital systems with dither," J. Audio Eng. Soc., vol. 32, pp. 106-113, Nov. 1984.
- [5] M. F. Wagdy, "Linearizing ideal A/D converters via analog and digital dither: Analytical study", IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. ITMC'1, Irvine, United States, May 1993, pp.154-162
- [6] LCD 技術完全解剖液晶顯示器技術釋疑 [Online]<http://mic1491.pixnet.net/blog/archives/200907>
- [7] 維基百科：相位偏移調變 [Online]<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%9B%B8%E4%BD%8D%E5%81%8F%E7%A7%BB%E8%AA%BF%E8%AE%8A>
- [8] 維基百科:AWGN [Online]<http://www.Wikitw.club/article-56716>
- [9] Bai du 百科 :Dither [Online]<http://baike.baidu.com/item/Dither/8443711?noadapt=1>
- [10] 維基百科：類比數位轉換器 [Online]<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%A1%9E%E6%AF%94%E6%95%B8%E4%BD%8D%E8%BD%89%E6%8F%9B%E5%99%A8>
- [11] Richard G. Lyons, Understanding Digital Signal Processing, 3rd ed., Pearson, Boston, pp.678-681, Nov.2010.