

基於灰色理論之零售業補貨決策建模

陳興忠

亞洲大學資訊工程學系
助理教授

e-mail :

cdma2000@asia.edu.tw

吳振東

亞洲大學資訊工程學系
研究生

e-mail :

gn01918175@hotmail.com

許嘉恩

亞洲大學資訊工程學系
研究生

e-mail :

jiaen4444@gmail.com

摘要

現今的科技日新月異，但是在現今隨處可見的便利商店中，卻沒有一套屬於它的自動訂貨系統。在文獻探討中，我們討論了其他方式的預測方法與灰色的比較。本篇論文使用灰色系統裡的灰預測，而使用的預測模型為改進模型 GM(1,1)Alpha，使用兩個禮拜前的銷貨量來預測往後的銷售量，而比較不同的是，本篇論文將平日及假日的銷售分開來預測，以提高預測的準確性。獲得之研究結論，我們可以看到預測的結果普遍都達到 90% 左右，擁有相當高的預測精確度，並且利用灰色決策選擇優先進貨產品順序。

關鍵詞：灰色預測、灰色系統、灰色決策

Abstract

Due to the advances of information technological, convenience stores are ubiquitous, which are popular for people. However, the decision-making model is a very important requirement for their ordering system. Thus, we propose a gray decision model to meet the requirement, which the GM (1, 1) Alpha prediction model is adopted. The system uses the volume of sales within the last two weeks to predict future volume of sales. In the model, we separate weekday and holiday sales predicted for increasing the forecasting accuracy. The predicted rate we obtained is around 90%. It is a very high prediction accuracy that supports to do decision-making for selection of ordering priority products.

Keywords: Grey prediction, Grey system, Grey decision

1. 前言

隨著時代的進步，許多產業出現了許多自動化的設備，這樣不但大大的減少了人力資源

的消耗，相對的也提升了生產的速度。但是在現今到處可見的便利商店中，卻沒有一套屬於它的自動訂貨系統，每當需要訂貨時，便需要人員去輸入各項商品的訂貨量，這樣不但浪費人力，有時也會因為人員的疏失導致商品訂貨不足，使得消費者無法買到所需要的商品，將會降低消費者的顧客忠誠度。就現今的科技來說，應該是可以創造出一套自動化的系統來供應這類的需求，但是就目前看來並沒有出現這類相關的系統來供應便利商店的需求。於是此篇論文就是在探討相關自動化訂貨系統，以及當他使用在便利商店中所需的相關資料以及相關技術。

2. 文獻探討

本研究主要的目的是使用灰色預測理論去創造一個新的訂貨系統，故本章將針對預測概論說明預測及提升預測精確度的重要性，以了解灰色系統理論的應用狀況，並探討灰色決策相關運用。

2.1 預測方法

在任何企業中不論是生產、銷售、財務等方面，都需要用到預測的技巧。預測為管理決策中最普遍應用且重要之方法。由於統計技術與電腦軟硬體之成熟，除了定性分析外，目前也發展出許多定量的預測方法：類神經網路 (Neural Network)、灰色理論 (Grey Theory)、ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) 等等。

2.1.1 預測的定義

于宗先[21]將預測定義為「對未被觀察事項的一種說明」。所謂未被觀察的（或未知的）事項不僅指未來的事項，也指已發生的。如果所涉及的包括這兩種事項，則稱為廣義的預測（Prediction）；如果所涉及的僅是未來的事件，則稱為狹義的預測（Forecasting）。

周文賢、陳錦滄[13]認為預測是指了解過去與現在之真實情況，並分析其演變規律，用以判斷未來之過程。因此預測為建立在調查研究基礎上之科學分析。

黃俊英[8]認為預測的目的在於預見未來事件或現象，其具有一定性、風險性與不定性之三種特性。

Herbig、Milewicz and Golden[22]認為預測是估計未來企業所無法控制的事件或情況，並提供管理者規劃的基礎。企業進行預測以建構未來的藍圖，因此預測為決策過程中的主要成分，並在企業功能上扮演重要的角色，因此預測為決策過程中的主要成分。企業在進行預測時必須瞭解的事項，包括誤差的大小，期間的長短等問題。

2.1.2 預測的方法

預測有許多種方法，我們依其特點及限制將傳統預測方法與灰色預測方法加以比較列出如表2-1。

表2-1 傳統預測方法與灰色預測方法之比較[18]

預測方法	所需最少數據	數據之型態	數據之間隔	準備時間	數學需求
簡單指數型	5至10個	等間距	短間隔	短	基本數學
Holt's指數型	10至15個	同趨勢	短或中間隔	短	稍微要求
Winter's指數型	至少5個以上	同趨勢、且具規律性	短或中間隔	短	中等程度
迴歸分析法	10個以上	同趨勢、且具規律性	短或中間隔	短	中等程度
Causal迴歸法	10個以上	可各種型態相互混合	短、中及長間距	長	高等程度
時間序列壓縮法	2個峰值以上	同趨勢、且具規律性且可	短或中間隔	短（稍	基本數學

		自我調整		長)	
Box Jenkins法	50個以上	等間距	短、中及長間距	長	高等程度
灰色預測	4個	等間距或非等間距	短、中及長間距	短	基本數學

2.2 灰色系統

當人類面對諸多問題時，往往只能掌握問題的局部訊息(information)，欲藉由局部訊息探索問題之全貌，而引發了灰色系統理論的產生。在控制學中，常以顏色的深淺來代表訊息的完整程度。黑色代表對訊息內部結構、特徵等一無所知；相反的，白色表示所知的訊息完整，對系統完全確知。而灰色則介於白色與黑色之間，表示訊息不完全性或不確定性，故稱之為「灰色系統」(Grey System)。1982年大陸學者鄧聚龍教授根據此類系統的特點，提出「灰色系統理論」(Grey System Theory)簡稱「灰色理論」[2]。

2.2.1 灰色系統理論

由於灰色理論對事物或系統之「不確定性」(not certainty)、「多變量輸入」(multi-input)、「離散的數據」(discrete data)及「數據的不完整性」(not enough)能做有效的處理。因而灰色理論發展至今雖只有二十幾年的時間，在台灣的發展也只有短短的十年左右，但在許多學者不斷的提出修正及改進下，近年來已被廣泛的應用在各領域中，且獲得良好的效果。其研究大致可以分為灰色生成、灰色關聯分析、灰色建模、灰色預測、灰色決策與灰色控制等六個部分研究方法[4]：

(1) 灰色生成(Grey Generating)

將不足或雜亂無章的訊息，就可知的資訊或數據的特徵，補充至較為完整或是轉變成較具規律的數據進行分析，稱之為生成。灰色生成即為增強訊息之數據處理方式，使數據經轉換後，其被掩蓋或不明顯之特徵與規律得以顯現。灰色生成的主要方法有：

(a) 累加生成(Accumulated Generating Operation, AGO): 將數據依次累加。

(b) 逆累加生成(Inverse Accumulated Generating Operation, IAGO): 累加生成之還原。

(c) 插值生成(Interpolation Generating): 除了累加生成和累減生成之外的數據處理方法, 是利用現有的數據及數學方法建立其間所缺失的數據。

(d) 灰色關聯生成(Grey Relational Generating Operation, GRGO): 將數據依實際情形在不失真之下所做的數據處理。

(2) 灰色關聯分析(Grey Relational Analysis)

灰關聯分析在灰色理論中, 是分析離散序列間相關程度的一種測度方法, 是從少量且不確定數據出發, 透過分析與量化及序化, 對系統中各因素進行重要關係的排序。

(3) 灰色建模(Grey Model)

利用灰色生成後的數據建立一組灰差分方程(Grey Difference Equation)與灰擬微分方程(Pseudo Differential Equation)之模式, 以作為灰預測或灰關聯之用, 稱為灰色建模。灰色建模一般可分為下列三種:

(a) GM(1,1)模式: 表示一階微分, 輸入變數為一個, 一般做預測用。

(b) GM(1,N)模式: 表示一階微分, 輸入變數則為N 個變數, 一般做多變量關聯分析用。

(c) GM(0,N)模式: 這是GM(1,N)模式的特例, 表示零階微分, 輸入變數為N個變數, 一般做多變量關聯分析用。

(4) 灰色預測(Grey prediction)

常以GM(1,1)模式作預測, 欲求一序列資料之未來動態。若依預測功能來區分, 有五種不同用途, 簡述如下:

(a) 數列灰色預測(Sequence Grey prediction): 以GM(1,1)模式為基礎, 對現有數據進行時間數列預測, 是灰色預測的

基本形式, 也是最簡單的預測模式。

(b) 災變灰色預測(Calamities Grey prediction): 預測在一定時間內是否會發生災變, 或某種異常值將在何時會再發生的預測。在已知現象中, 選取一個特定的門檻值(Threshold Value)作為異常現象發生之準則。

(c) 季節災變灰色預測(Seasonal Calamities Grey prediction): 若災變發生在每年特定時區, 對這些災變事件的時間分佈進行預測, 稱為季節災變預測。

(d) 拓樸灰色預測(Topological Grey prediction): 是季節災變預測的延伸。將已知數列連成曲線圖, 在曲線上依某個定值找出相交叉之時刻數列, 再依GM(1,1)模型預測未來出現之時刻, 將各未來發生之定值連成曲線, 以掌握整個數據曲線未來的發展變化。

(e) 系統灰色預測(Systematic Grey prediction): 結合GM(1,1)與GM(1,N)模型, 對系統中各變量同時進行預測, 進而求出各變量間之相互關係。

(5) 灰色決策(Grey Decision Making)

對於事件考慮不同對策而有不同效果, 挑選一個效果最好的對策, 將對策與GM(1,1)模型結合所做的決策稱為灰色決策。即依據預測之結果, 進行分析與決策。

(6) 灰色控制(Grey Control)

灰色控制是透過系統行為的數據, 尋求系統之行為發展規律, 預測未來之行為模式。將所得之預測值回饋於系統中以進行控制的一種機制, 其為融合演化過程所形成之一種新的模式控制法則。

2.2.2 灰色理論的優點

灰色系統理論擁有最大的特點就是所需的數據少, 只要用4筆(含)以上的資料, 即可建立一個預測模型, 進行預測。因此對一位研究

者而言，提供了另一種簡便可行的研究方法；畢竟，資料的蒐集是一件很不容易的事情。簡而言之，我們可歸納之灰色預測具有以下之特點：

- (1) 所需數據少。
- (2) 所需數學基礎簡單，無複雜之計算。
- (3) 灰色預測精確度高，較其他方法的模型計算誤差較小。
- (4) 樣本不需常態分配。
- (5) 灰色預測不但適用於短期，也可用於中長期預測。

2.3 灰色決策

灰色決策(Grey Decision)，包含了灰色局勢決策(Grey Situation Decision)、灰色層次決策(Grey Layer Decision)、灰色規劃(Grey Programming)。在本文中使用的的方法是灰色局勢決策，參考相關文件為[4，7，9]，並詳細簡述如下。

2.3.1 灰色局勢決策之定義

灰色局勢決策意指從某事件的解決對策中挑選效最佳者，來對付需解決的事件。也就是從解決某事件的不同對策當中，藉由不同的尺度準則下來衡量每一個對策的效果，進而選擇效果最佳解的過程，而事件(Event)與對策(Game)的組合稱為局勢(Situation)。

局勢 = (事件, 對策)

對策的好壞與所用的評準尺度有關，對於這些尺度在此稱為目標(Target)。因此，灰色局勢決策包含以下四個要素：

- (1) 事件：需要處理的事務。
- (2) 對策：處理某事務的措施。
- (3) 目標：衡量評價效果的準則或尺度。
- (4) 效果：對某個對策應付某個事件的效果。

2.3.2 灰色局勢決策之運算過程

對於灰色局勢決策的基本理論與運算過

程如下：

- (1) 建立局勢矩陣 S_{ij}

a_i 為事件， b_j 為對策，則 a_i 與 b_j 的二元

組合 $S_{ij} = (a_i, b_j)$ ，利用第 j 個對策去應付第 i 個事件的局勢。其定義如下：

若事件集合 $A = (a, i = 1, 2, \dots, n)$ ，對策集合 $B = (b_j, j = 1, 2, \dots, m)$ ，則由 A 與 B 所產生的局勢集合，公式如下：

$$S = A * B = (a_i, b_j), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$$

- (2) 求出效果測度矩陣

依據各個目標的屬性不同，計算出的效果測度也不同。目標效果測度可視具體情況而定，一般分為上限效果測度、下限效果測度及適中效果測度，數學公式如下：

- (a) 上限效果測度(Upper Effect Measure)

$$r_{ij}^k = \frac{u_{ij}^k}{\max_i \max_j \{u_{ij}^k\}}$$

u_{ij}^k 為局勢 S_{ij} 在 k 目標下之實際值，上

限效果測度目的在於衡量數據偏離最大值之程度為其考慮的範圍內，適用於「數值越大越好」的目標。如：產量、利潤...等。

- (b) 下限效果測度(Lower Effect Measure)

$$r_{ij}^k = \frac{\min_i \min_j \{u_{ij}^k\}}{u_{ij}^k}$$

下限效果測度目的為衡量數據偏離最小值之程度為其考慮的範圍內，適用於「數值越小越好」的目標。如：成本、風險...等。

- (c) 適中效果測度(Medium Effect Measure)

$$r_{ij}^k = \frac{\min\{u_{ij}^k, u_0\}}{\max\{u_{ij}^k, u_0\}}$$

其中 u_0 為效果樣本 u_{ij}^k 中的指定適中

值。適中效果測度的目的希望效果視某個特定目標附近為考慮範圍，適用於「不能太大，也不能太小」之目標。

(3) 求出綜合效果矩陣(Decision Matrix)

若局勢 S_{ij} 有 λ 個目標，即 $k=1,2,3,\dots,\lambda$ ，則綜合效果測度 r_{ij} 為

$$r_{ij} = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{\lambda} r_{ij}^k$$

考慮有 m 個對策 b_1, b_2, Λ, b_m 用來對付事

件 a_i ，則對應的綜合效果測度向量

$r_i = [r_{i1}, r_{i2}, K, r_{im}]$ ，考慮 $i \in I = \{1, 2, \Lambda, n\}$ ，即

有 n 個事件 a_1, a_2, Λ, a_n ，則有整體的綜合效果測度矩陣 r 。

$$r = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \Lambda & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \Lambda & r_{2m} \\ \Lambda & & \Lambda & \\ r_{n1} & r_{n2} & \Lambda & r_{nm} \end{bmatrix}$$

(4) 決定最佳局勢決策

根據綜合效果測度矩陣 r 的定義可得知， r 中的列代表著不同的事件，而行則代表不同的對策。決策是挑選最佳的局勢，因為決策矩陣是由行(代表各種不同對策)與列(代表各種不同事件)所組成，因此可分為列決策與行決策兩大類別。

列決策是選擇最好的對策來匹配不同的事件達到滿意的效果，行決策是由最適宜的事件來匹配不同的對策。即行(列)決策是指必須選擇決策矩陣 r 中的行(列)中選擇效果測度最大的綜合效果測度，數學公式如下：

(a) 對於行決策，在某一特定事件 i^* 中，

$$r_{i^*j} = \max_i r_{ij} = \max [r_{ij}, r_{2j}, \Lambda, r_{nj}]$$

則 $S_{i^*j} = (a_i, b_{j^*})$ 為最佳決策局勢。表示

b_{j^*} 是匹配 a_i 最適宜的對策。

(b) 對於列決策，在某一特定對策 j^* 中，

$$r_{ij^*} = \max_j r_{ij} = \max [r_{i1}, r_{i2}, \Lambda, r_{im}]$$

則 $S_{i^*j} = (a_{i^*}, b_j)$ 為最佳決策局勢。表示

a_{i^*} 是匹配對策 b_j 最適宜的事件。

3. 研究方法

灰色預測模型

3.1 GM(1,1)基本模型

灰色預測模型是灰色理論的其中一個主題，在本研究中，是使用 GM(1,1) Alpha 的公式，我們先介紹 GM(1,1) 公式，此公式的推導如下所示：

(1) 創造原始序列：

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$$

(2) 應用原始序列做一階累加序列：

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)),$$

其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$ ， $k = 1, 2, \dots, n$

(3) 建立微分方程式： $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$

(4) 經由 GM 模型的推導，可以得到 GM(1,1)

模型的灰差分方程式為 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$

(5) 利用最小平方方法計算出參數 a, b ，由

$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 之中，代入各個數值

$$x^{(0)}(2) + az^{(1)}(2) = b$$

$$x^{(0)}(3) + az^{(1)}(3) = b$$

⋮

$$x^{(0)}(n) + az^{(1)}(n) = b$$

轉換成矩陣的方式 $Y = B\theta$ ，而 a, b 的數值可以由

$\theta = (B^T B)^{-1} B^T Y$ 求出。

$$\text{其中： } Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

3.2 GM(1,1) Alpha 模型

灰色 GM(1,1)Alpha 模型改變參數 α ，用以降低預測之誤差。

3.2.1 GM(1,1)模型的誤差

GM(1,1)模型的誤差定義為

$$e(k) = \left| \frac{x^{(0)}(k) - \theta^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100\%, \text{ 其中}$$

- i. $x^{(0)}(k)$ ：真實值；
- ii. $\theta^{(0)}(k)$ ：預測值。

3.2.2 影響 GM(1,1)模型誤差的因素

由前面的說明中很明顯的可以得知，迎想 GM(1,1)模型誤差的因素為背景值 $z^{(1)}(k)$ ，在原始的 GM(1,1)模型中， $z^{(1)}(k)$ 的定義為：

$$\begin{aligned} z^{(1)}(k) &= \alpha x^{(1)}(k) + (1 - \alpha)x^{(1)}(k - 1) \\ &= \alpha x^{(0)}(k) + x^{(1)}(k - 1), k \\ &\geq 2 \end{aligned}$$

在灰色預測模型中， α 值的大小會影響到建模的誤差，因此利用 α 值的改變以降低誤差值的大小，分析步驟如下：

(1)原始序列為

$$x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$$

(2)根據定義

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + x^{(0)}(3) + \dots + x^{(0)}(k)), k \in N$$

(3)由

$$\begin{aligned} Z^{(1)}(k) &= \alpha x^{(1)}(k) + (1 - \alpha)x^{(1)}(k - 1) \\ &= \alpha x^{(0)}(k) + x^{(1)}(k - 1), k \geq 2 \end{aligned}$$

中代入各個數值，可以得到

$$z^{(1)} = \alpha x^{(0)}(2) + x^{(1)}(1), \alpha x^{(0)}(3) + x^{(1)}(2), \dots, \alpha x^{(0)}(k) + x^{(1)}(k - 1), k \geq 2$$

(4)使用最小平方方法求出 a 與 b 之數值，並代入 GM(1,1)響應式中，解出響應式之值。

(5)使用誤差的定義計算誤差值

$$\begin{aligned} e(k) &= \theta^{(0)}(k) - x^{(0)}(k) = (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-a(k-1)} - x^{(0)}(k) \end{aligned}$$

代入各個數值，可以得到

$$e(2) = (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ax1} - x^{(0)}(2)$$

$$e(3) = (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ax2} - x^{(0)}(3)$$

$$e(4) = (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ax3} - x^{(0)}(4)$$

$$e(n) = (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ax(n-1)} - x^{(0)}(n)$$

(6) 計算總誤差的大小：利用誤差公式

$$\bar{e}(a) = \frac{1}{n} \sum_{k=2}^n |e(k)| = |e(2)| + |e(3)| + \dots + |e(n)|$$

由第(6)式中，可以得知總誤差為 a 的函數，因此依序將 a 以微小間隔慢慢的從 0 增加至 1，將使得總誤差為最小之 a 值求出，再代入 GM(1,1)模型中，即可以決定下一點之預測值，以上便是最佳 a 值灰色建模的基礎原理。

4. 預測結果與分析

4.1 預測之結果

本篇論文是以區為單位，將便利商店的訂貨做整合，並預測出之後所需的訂貨量。下列為本篇舉的例子：

表 4-1 飲料 A 之銷售量統計表

日期	11/15	11/16	11/17	11/18	11/19	11/20	11/21
銷貨量	162	95	99	125	136	210	190
日期	11/22	11/23	11/24	11/25	11/26	11/27	11/28
銷貨量	131	103	160	172	183	190	220

在本篇論文中，我們將銷售量分為平日和假日來預測，以提高灰色系統預測的準確度。

使用表 4-1 為例子，我們可以看到下列之圖形用來表示其中的誤差以及下個禮拜一的預測值。

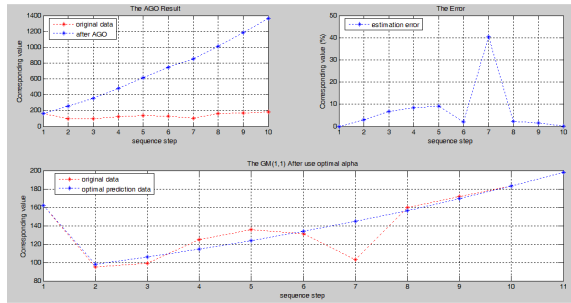


圖 4-1 飲料 A 之平日銷售 GM(1,1)Alpha 預測運算結果執行圖

我們將預測出來結果，詳列在表 4-2 中，我們將實際銷售量與預測銷售量來做比對；從表 4-2 中我們可以發現，除了在 11/23 號的預測銷售量跟實際銷售量有較大的差異之外，其餘的精確度都有達到 90%以上，準確率相當的高。而 11/29 和 11/30 為我們預測出來的結果。

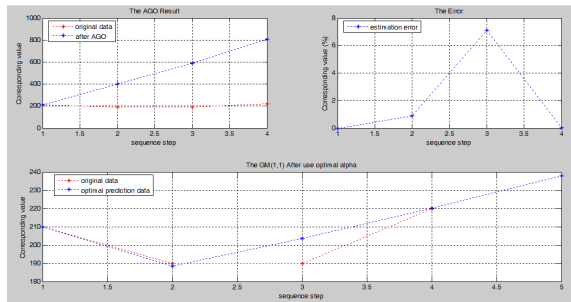


圖 4-2 飲料 A 之假日銷售 GM(1,1) Alpha 預測運算結果執行圖

將預測出來的結果，詳列在表 4-3 中；從表 4-3 中我們可以發現實際銷售量及預測銷售量都精確度都相當的高，可見此種預測方法相當的準確。而 12/4 和 12/5 號為我們預測出來之結果。

然後我們將本區中其他相關飲料一起使用此種方法預測，而預測出的數值在表 4-4 至表 4-9 中。

4.2 分析之結果

本篇論文使用 4 種飲料來做為實際的例子，將預測完的結果計算出平均值後，再加入售價、進貨價、平均銷售量、解渴程度及提神程度使用灰色決策做分析。先算出平均值，結果如下表：

表 4-10 各別商品於平日之各項資料統計表

資料	品項	飲料 A	飲料 B	飲料 C	飲料 D
進價(元)		12	16	20	15
售價(元)		20	25	30	25
預測銷售量(瓶)		206	190	148	239

解渴程度(%)	70	60	50	80
提神程度(%)	20	40	80	30
內容量(ml)	600	580	380	250

表 4-11 各別商品於假日之各項資料統計表

資料	品項	飲料 A	飲料 B	飲料 C	飲料 D
進價(元)		12	16	20	15
售價(元)		20	25	30	25
預測銷售量(瓶)		252	233	194	333
解渴程度(%)		70	60	50	80
提神程度(%)		20	40	80	30
內容量(ml)		600	580	380	250

4.2.1 首先先建立局勢 S_{ij}

- S_{11} = 飲料 A(平日)
- S_{12} = 飲料 B(平日)
- S_{13} = 飲料 C(平日)
- S_{14} = 飲料 D(平日)
- S_{21} = 飲料 A(假日)
- S_{22} = 飲料 B(假日)
- S_{23} = 飲料 C(假日)
- S_{24} = 飲料 D(假日)

4.2.2 建立效果矩陣

按各種飲料之資料來建立效果矩陣。

$$\begin{aligned}
 u_{ij}^{(1)} &= \begin{bmatrix} 12 & 16 & 20 & 15 \\ 12 & 16 & 20 & 15 \end{bmatrix} \\
 u_{ij}^{(2)} &= \begin{bmatrix} 20 & 25 & 30 & 25 \\ 20 & 25 & 30 & 25 \end{bmatrix} \\
 u_{ij}^{(3)} &= \begin{bmatrix} 206 & 190 & 148 & 239 \\ 252 & 233 & 194 & 333 \end{bmatrix} \\
 u_{ij}^{(4)} &= \begin{bmatrix} 70 & 60 & 50 & 80 \\ 70 & 60 & 50 & 80 \end{bmatrix} \\
 u_{ij}^{(5)} &= \begin{bmatrix} 20 & 40 & 80 & 30 \\ 20 & 40 & 80 & 30 \end{bmatrix} \\
 u_{ij}^{(6)} &= \begin{bmatrix} 600 & 580 & 380 & 250 \\ 600 & 580 & 380 & 250 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

4.2.3 求出各目標之效果測度

(1) 進價：以望小為目標

$$\begin{aligned}
 r_{pq}^{(1)} &= \frac{\min\{u_{ij}^{(1)}\}}{u_{pq}^{(1)}} = \frac{12}{u_{pq}^{(1)}} \\
 \text{可得 } r_{ij}^{(1)} &= \begin{bmatrix} r_{11}^{(1)} & r_{12}^{(1)} & r_{13}^{(1)} & r_{14}^{(1)} \\ r_{21}^{(1)} & r_{22}^{(1)} & r_{23}^{(1)} & r_{24}^{(1)} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.6 & 0.8 \\ 1 & 0.75 & 0.6 & 0.8 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(2) 售價：以望大為目標

$$r_{pq}^{(2)} = \frac{u_{pq}^{(2)}}{\max u_{ij}^{(2)}} = \frac{u_{pq}^{(2)}}{30} \quad p, q \in I.$$

$$\text{可得 } r_{ij}^{(2)} = \begin{bmatrix} r_{11}^{(2)} & r_{12}^{(2)} & r_{13}^{(2)} & r_{14}^{(2)} \\ r_{21}^{(2)} & r_{22}^{(2)} & r_{23}^{(2)} & r_{24}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.67 & 0.83 & 1 & 0.83 \\ 0.67 & 0.83 & 1 & 0.83 \end{bmatrix}$$

(3) 預測銷售量：以望大為目標

$$r_{pq}^{(3)} = \frac{u_{pq}^{(3)}}{\max u_{ij}^{(3)}} = \frac{u_{pq}^{(3)}}{333} \quad p, q \in I.$$

$$\text{可得 } r_{ij}^{(3)} = \begin{bmatrix} r_{11}^{(3)} & r_{12}^{(3)} & r_{13}^{(3)} & r_{14}^{(3)} \\ r_{21}^{(3)} & r_{22}^{(3)} & r_{23}^{(3)} & r_{24}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.62 & 0.57 & 0.44 & 0.72 \\ 0.76 & 0.70 & 0.58 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) 解渴程度：以望大為目標

$$r_{pq}^{(4)} = \frac{u_{pq}^{(4)}}{\max u_{ij}^{(4)}} = \frac{u_{pq}^{(4)}}{80} \quad p, q \in I.$$

$$\text{可得 } r_{ij}^{(4)} = \begin{bmatrix} r_{11}^{(4)} & r_{12}^{(4)} & r_{13}^{(4)} & r_{14}^{(4)} \\ r_{21}^{(4)} & r_{22}^{(4)} & r_{23}^{(4)} & r_{24}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & 0.75 & 0.625 & 1 \\ 0.88 & 0.75 & 0.625 & 1 \end{bmatrix}$$

(5) 提神程度：以望大為目標

$$r_{pq}^{(5)} = \frac{u_{pq}^{(5)}}{\max u_{ij}^{(5)}} = \frac{u_{pq}^{(5)}}{80} \quad p, q \in I.$$

$$\text{可得 } r_{ij}^{(5)} = \begin{bmatrix} r_{11}^{(5)} & r_{12}^{(5)} & r_{13}^{(5)} & r_{14}^{(5)} \\ r_{21}^{(5)} & r_{22}^{(5)} & r_{23}^{(5)} & r_{24}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 1 & 0.38 \\ 0.25 & 0.5 & 1 & 0.38 \end{bmatrix}$$

(6) 內容量：以望大為目標

$$r_{pq}^{(6)} = \frac{u_{pq}^{(6)}}{\max u_{ij}^{(6)}} = \frac{u_{pq}^{(6)}}{600} \quad p, q \in I.$$

$$\text{可得 } r_{ij}^{(6)} = \begin{bmatrix} r_{11}^{(6)} & r_{12}^{(6)} & r_{13}^{(6)} & r_{14}^{(6)} \\ r_{21}^{(6)} & r_{22}^{(6)} & r_{23}^{(6)} & r_{24}^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.97 & 0.63 & 0.42 \\ 1 & 0.97 & 0.63 & 0.42 \end{bmatrix}$$

4.2.4 求出效果測度單目標化

(1) 綜合效果測度

$$r_{ij} = \frac{1}{6} \sum_{p=1}^6 r_{ij}^{(p)} \quad \text{其中 } p \text{ 為目標數}$$

即

$$r_{11} = \frac{1}{6} \sum_{p=1}^6 (r_{11}^{(1)} + r_{11}^{(2)} + r_{11}^{(3)} + r_{11}^{(4)} + r_{11}^{(5)} + r_{11}^{(6)}) = \frac{1}{6} (1 + 0.67 + 0.62 + 0.88 + 0.25 + 1) = 0.74$$

同理可得：

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.74 & 0.73 & 0.72 & 0.69 \\ 0.76 & 0.75 & 0.74 & 0.74 \end{bmatrix}$$

(2) 求出 r_{ij} 中行的最大元素 $r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, r_{i4}$ 。

1. $\max. \{r_{11}, r_{21}\} = 0.76 (r_{21})$
2. $\max. \{r_{12}, r_{22}\} = 0.75 (r_{22})$
3. $\max. \{r_{13}, r_{23}\} = 0.74 (r_{23})$

$$4. \max. \{r_{14}, r_{24}\} = 0.74 (r_{24})$$

(3) 求出 r_{ij} 中列的最大元素 r_{1j}, r_{2j} 。

$$1. \max. \{r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}\} = 0.74 (r_{11})$$

$$2. \max. \{r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}\} = 0.76 (r_{21})$$

(4) 確定最優局勢

由行與列中的最大元素得知為 S_{11}, S_{21} ，兩種局勢為最佳選擇，故

1. S_{11} ：平日以飲料 A 為最佳選擇
2. S_{21} ：假日以飲料 A 為最佳選擇

(5) 討論

根據以上分析所得的結果，於實驗狀況相來探討與比較：由結果顯示，是否跟實際的情況符合？

(a) 以平日而言

1. 以進價而言

根據 $r_{ij}^{(1)}$ 中， $r_{11}^{(1)} > r_{14}^{(1)} > r_{12}^{(1)} > r_{13}^{(1)}$ ，所以單論進價應該是飲料 A。

2. 以售價而言

根據 $r_{ij}^{(2)}$ 中， $r_{13}^{(2)} > r_{14}^{(2)} = r_{12}^{(2)} > r_{11}^{(2)}$ ，所以單論售價應該是選擇飲料 C 以預測銷售量而言

根據 $r_{ij}^{(3)}$ 中， $r_{14}^{(3)} > r_{11}^{(3)} > r_{12}^{(3)} > r_{13}^{(3)}$ ，所以單論預測銷售量應該是選擇飲料 D

3. 以解渴程度而言

根據 $r_{ij}^{(4)}$ 中， $r_{14}^{(4)} > r_{11}^{(4)} > r_{12}^{(4)} > r_{13}^{(4)}$ ，所以單論解渴程度應該是選擇飲料 D

4. 以提神程度而言

根據 $r_{ij}^{(5)}$ 中， $r_{13}^{(5)} > r_{12}^{(5)} > r_{11}^{(5)} > r_{14}^{(5)}$ ，所以單論提神程度應該是選擇飲料 C

5. 以內容量而言

根據 $r_{ij}^{(6)}$ 中， $r_{11}^{(6)} > r_{12}^{(6)} > r_{13}^{(6)} > r_{14}^{(6)}$ ，所以單論內容量應該是選擇飲料 A

(6) 灰靶：在最優局勢中是以單目標化為基準，其測度範圍為 $[0.74, 0.76]$ ，故稱此區為灰靶。

5. 結論

本研究根據各種飲料之兩個禮拜的銷售數量來預測未來的訂貨量，並且使用灰色決策來選出最佳進貨之商品，不同於以往的訂貨系統的地方在於本研究將平日和

假日的銷售數量分開來預測及分析，這樣不但提高了準確度，也能夠更加清楚該如何去訂定補貨及進貨的時間。

參考文獻

- [1] 彭文良，"灰色系統理論於台灣地區資訊安全產業市場規模預測之研究"，佛光大學經濟學系碩士班碩士論文。
- [2] 鄧聚龍、郭洪，**灰色預測原理與應用**，全華出版社，1996。
- [3] 鄧聚龍、郭洪、溫坤禮、張廷政、張偉哲，**灰預測模型方法與應用**，高立圖書有限公司，1999。
- [4] 鄧聚龍，**灰色系統理論與應用**，高立圖書有限公司，1999。
- [5] 林志韋，"台灣地區大學院校會計師資未來之供需預測與潛在問題"，國立成功大學會計學研究所碩士論文。
- [6] 李順益，"灰色理論於短期銷售預測之通用性探討"，義守大學資訊工程研究所碩士論文。
- [7] 林典蓉，"應用基因演算法與灰色決策建構擇股策略模型"，朝陽科技大學財務金融系碩士論文。
- [8] 黃俊英，**行銷研究—管理與實務**，華泰文化事業股份有限公司，1992。
- [9] 鄭朝仁，"模糊理論及灰色決策理論應用於台灣航電產業委外管理績效評估之研究"，朝陽科技大學企業管理系碩士論文。
- [10] 謝志森，"應用灰色預測理論於台灣化妝品消費市場發展趨勢之預測"，朝陽科技大學企業管理研究所碩士論文。
- [11] 徐宇琨，"使用灰色預測模型GM/NGBM預測颱風路徑"，義守大學工業工程與管理學系碩士論文。
- [12] 許哲維，"灰色理論應用於大尺寸TFT-LCD產業供需預測之探討"，立德管理學院科技管理研究所碩士論文。
- [13] 周文賢，陳錦滄，**商情預測，管理科學專題系列No.1**，華泰文化事業股份有限公司，1991。
- [14] 張偉哲、溫坤禮、張廷政，**灰關聯模型方法與應用**，高立書有限公司，2000
- [15] 陳慧君，"台灣不銹鋼品需求預測之研究"，靜宜大學管理碩士在職專班碩士論文。
- [16] 陳厚元，"小波及灰色理論應用於地層下陷預警之研究-以濁水溪沖積扇為例"，國立成功大學水利及海洋工程研究所碩士論文。
- [17] 陳其域，"塑膠機械產品需求預測模式之研究-以俄羅斯市場為例"，朝陽科技大學企業管理系碩士論文。
- [18] 吳漢雄、鄧聚龍、溫坤禮，**灰色分析入門**，高立圖書有限公司，1996。
- [19] 溫坤禮、黃宜豐、陳繁雄、李元秉、連志峰、賴家瑞，**灰預測原理與應用**，全華科技圖書股份有限公司，2002。
- [20] 溫坤禮，張簡士琨，葉鎮愷，王建文，林慧珊，**MATLAB 在灰色系統理論的應用**，全華圖書股份有限公司，2007。
- [21] 余宗先，**經濟預測**，大中國出版社，1972。
- [22] Herbig, Paul A., Milewicz, John and Golden, James E. (1993), "The Do's and Don'ts of Sales Forecasting", *Industrial Marketing Management* 22, 49-57。

表 4-2 11/29~11/30 飲料 A 之平日銷售預測結果表

日期	11/15	11/16	11/17	11/18	11/19	11/22	11/23	11/24	11/25	11/26	11/29	11/30
實際銷售量	162	95	99	125	136	131	103	160	172	183	None	None
預測銷售量	162	97.75	105.72	114.34	123.67	133.75	144.66	156.45	169.21	183.01	197.93	214.74
殘差(%)	None	2.75	6.72	10.66	12.33	2.75	41.66	3.55	2.79	0.1	None	None
精確度(%)	None	97.18	93.64	91.47	90.93	97.98	71.2	97.78	98.38	99.99	None	None

表 4-3 12/4~12/5 飲料 A 之假日銷售預測結果表

日期	11/20	11/21	11/27	11/28	12/4	12/5
實際值	210	190	190	220	None	None
預測值	210	188.29	203.53	220.0038	237.82	265.51
殘差(%)	None	1.71	13.53	0.0038	None	None
精確度(%)	None	99.1	93.35	99.99	None	None

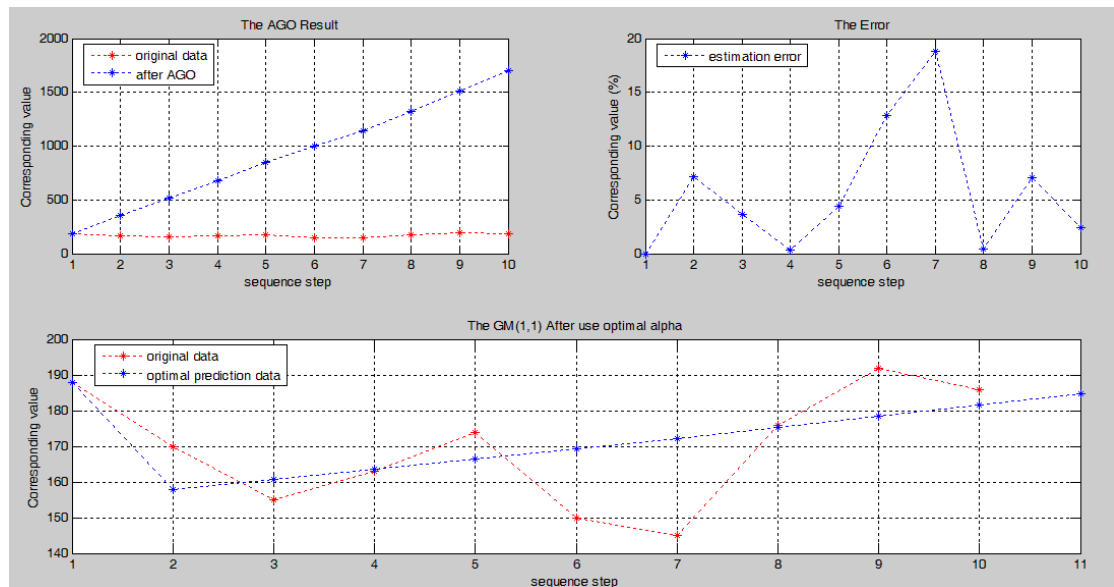


圖 4-3 飲料 B 之平日銷售 GM(1,1)Alpha 預測運算結果執行圖

表 4-4 11/29~11/30 飲料 B 之平日銷售預測結果表

日期	11/15	11/16	11/17	11/18	11/19	11/22	11/23	11/24	11/25	11/26	11/29	11/30
實際銷售量	188	170	155	163	174	150	145	176	192	186		

預測銷售量	188	157.86	160.64	163.48	166.36	169.29	172.27	175.31	178.4	181.54	184.74	194.45
殘差(%)	None	12.14	5.64	0.48	7.64	19.29	27.72	0.69	13.6	4.46	None	None
精確度(%)	None	92.86	96.49	99.7	95.61	88.61	84.17	99.61	92.92	97.6	None	None

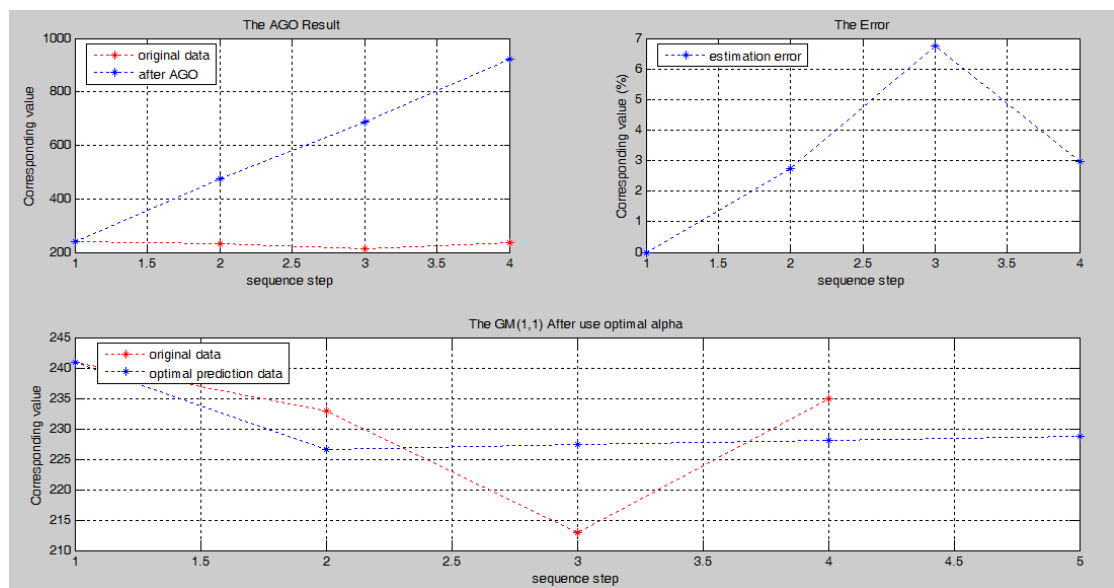


圖 4-4 飲料 B 之假日銷售 GM(1,1)Alpha 預測運算結果執行圖

表 4-5 12/4~12/5 飲料 B 之假日銷售預測結果表

日期	11/20	11/21	11/27	11/28	12/4	12/5
實際值	241	233	213	235	None	None
預測值	241	226.65	227.35	228.05	228.75	237.37
殘差(%)	None	6.35	14.35	6.95	None	None
精確度(%)	None	99.27	93.69	97.04	None	None

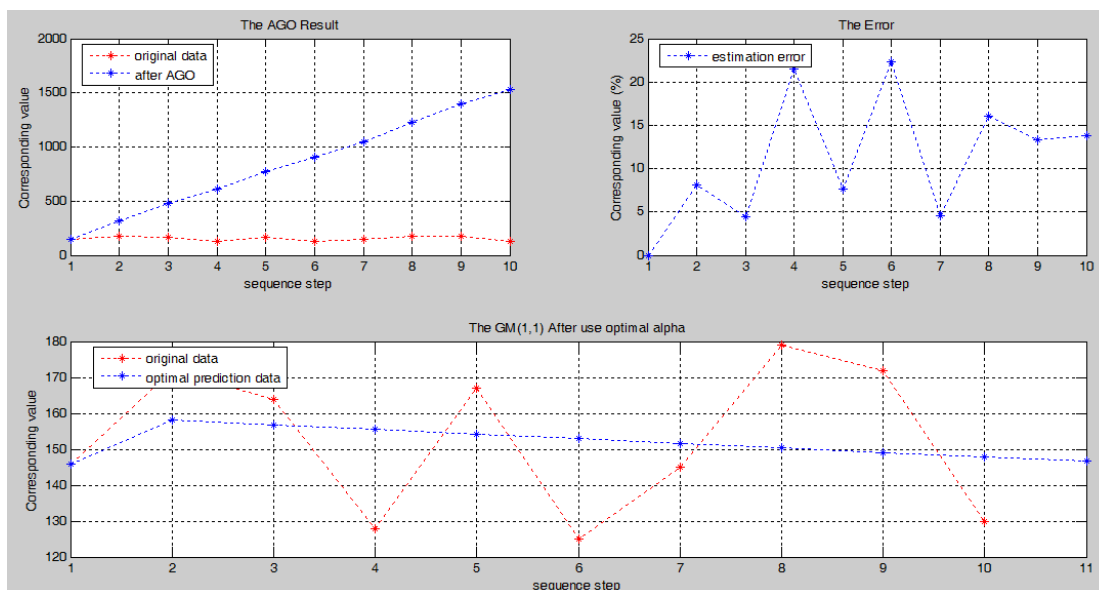


圖 4-4 飲料 C 之平日銷售 GM(1,1)Alpha 預測運算結果執行圖

表 4-6 11/29~11/30 飲料 C 之平日銷售預測結果表

日期	11/15	11/16	11/17	11/18	11/19	11/22	11/23	11/24	11/25	11/26	11/29	11/30
實際銷售量	146	172	164	128	167	125	145	179	172	130		
預測銷售量	146	158.08	156.77	155.47	154.17	152.89	151.62	150.36	149.11	147.87	146.64	150
殘差(%)		13.92	7.23	27.47	12.83	27.89	6.62	28.64	22.89	17.87		
精確度(%)		91.91	95.59	82.33	92.32	81.76	95.63	84	86.69	87.92		

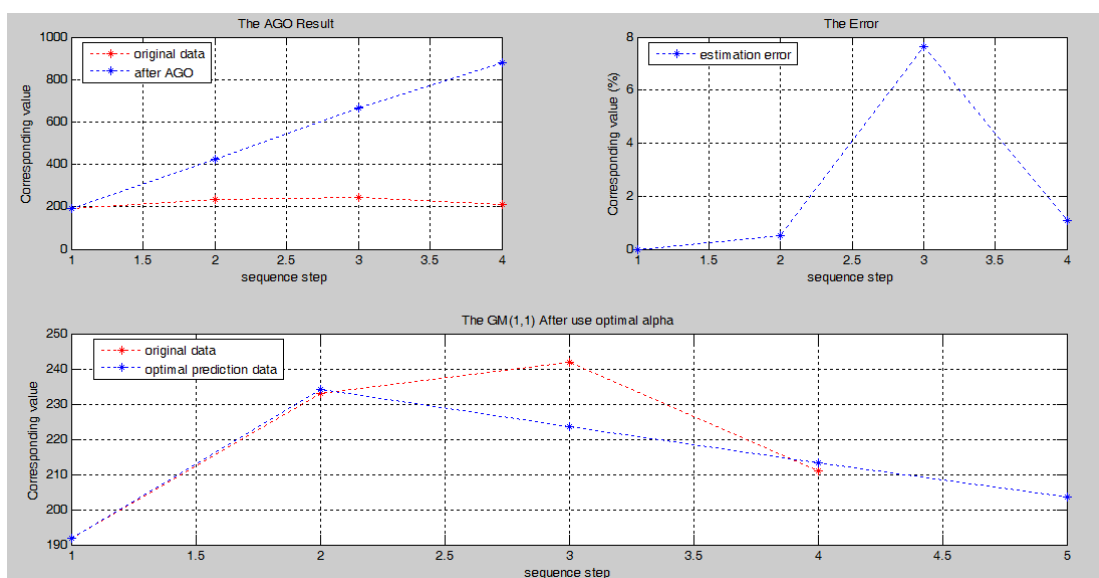


圖 4-4 飲料 C 之假日銷售 GM(1,1)Alpha 預測運算結果執行圖

表 4-7 12/4~12/5 飲料 C 之假日銷售預測結果表

日期	11/20	11/21	11/27	11/28	12/4	12/5
實際值	192	233	242	211		
預測值	192	234.2	223.49	213.25	203.5001	183.67
殘差(%)		1.2	18.51	2.25		
精確度(%)		99.49	92.35	98.94		

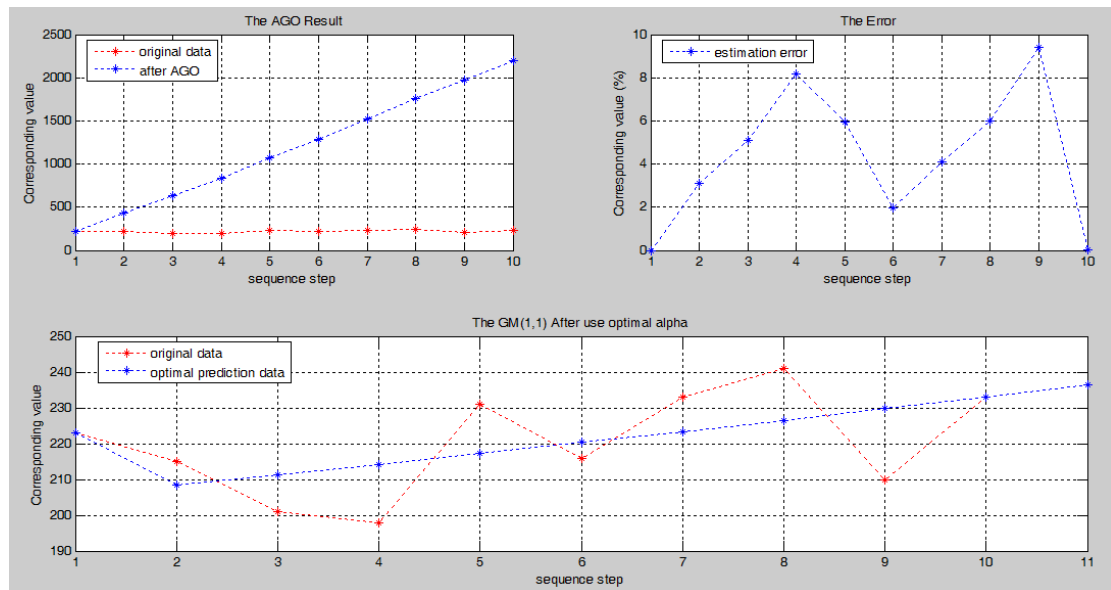


圖 4-5 飲料 D 之平日銷售 GM(1,1)Alpha 預測運算結果執行圖

表 4-8 11/29~11/30 飲料 D 之平日銷售預測結果表

日期	11/15	11/16	11/17	11/18	11/19	11/22	11/23	11/24	11/25	11/26	11/29	11/30
實際銷售量	223	215	201	198	231	216	233	241	210	233		
預測銷售量	223	208.29	211.23	214.21	217.23	220.3	223.41	226.56	229.76	233	236.29	241.09
殘差(%)		6.71	10.23	16.21	13.77	4.3	9.59	14.44	19.76	0		
精確度(%)		96.88	95.16	92.43	94.04	98.05	95.88	94	91.4	100		

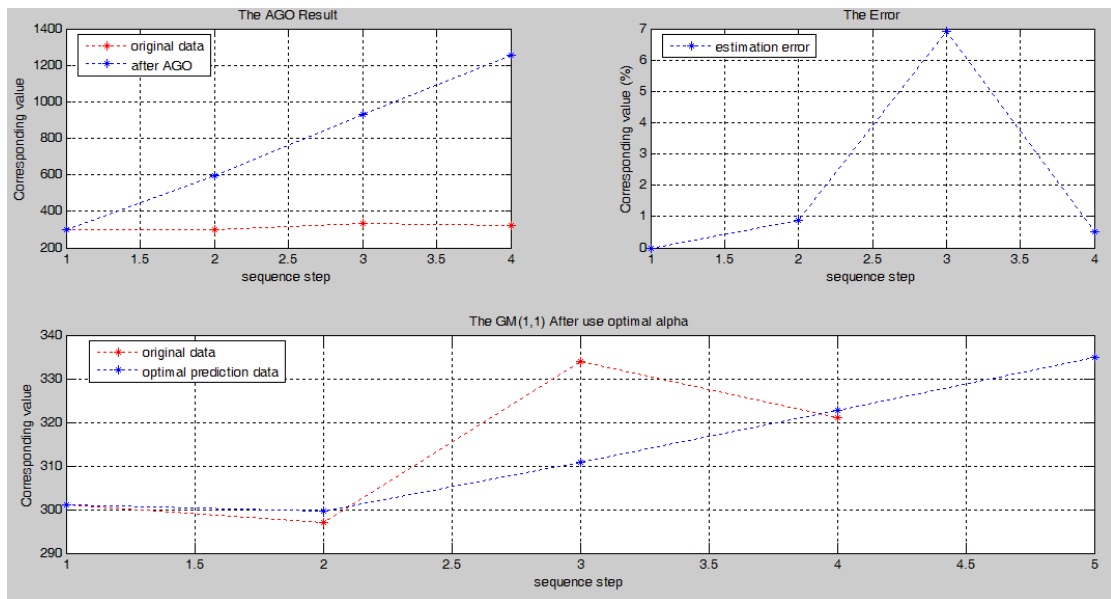


圖 4-5 飲料 D 之假日銷售 GM(1,1)Alpha 預測運算結果執行圖

表 4-9 12/4~12/5 飲料 D 之假日銷售預測結果表

日期	11/20	11/21	11/27	11/28	12/4	12/5
實際銷售量	301	297	334	321		
預測銷售量	301	299.6	310.94	322.7	334.91	
殘差(%)		2.6	23.06	1.7		
精確度(%)		99.13	93.1	99.47		