

虛擬正六角形結構快速轉換演算法

陳士農

亞洲大學資訊工程學系
nung@asia.edu.tw

朱宏茂

亞洲大學資訊工程學系
g95241003@ms1.asia.edu.tw

摘要

隨著科技發展迄今，影像處理已有數十餘年。在許多研究中發現以正六角形為結構呈現數位影像，可以比傳統正方形結構呈現數位影像更貼近真實影像。除了可以更加刺激人類視覺感觀，在電腦視覺方面也大大提升了辨識率。但目前以正六角形為結構的顯示器鮮為少見，使得目前諸多以正六角形為結構的相關研究環境在建置上相當不便。本論文提出可以在目前既有的傳統正方形結構顯示器上快速模擬正六角形結構影像，以加速正六角形結構的相關學術研究。

關鍵詞：電腦視覺、電腦圖學、正六角形結構、虛擬正六角形像素、虛擬正六角形結構。

Abstract

With the rapid development of image processing techniques, according to studies, image from the hexagonal-structured permutation and combination is the most fits for human vision. Most recent displays are designed with square-structured permutation instead of hexagonal structure, so we simulate hexagonal structure on the square-structured display with the use of Virtual Hexagonal Structure to accelerate the hexagonal-structured related research.

Keywords: Computer Vision, Computer Graphics, Hexagonal Structure, Sub-Pixel, Virtual Hexagonal Structure.

1. 簡介

自顯示器發展以來，以陰極射線管(Cathode Ray Tube, CRT)及液晶(Liquid Crystal Display, LCD)兩種最為常見，並且大量運用在我們週遭的 3C 商品上，而其像素(pixel)都是以正方形排列組合的。

以幾何圖形來說，每個正方形的四個鄰邊相連，可形成兩條連續垂直線，如圖 1 所示。

這種排列組合方式是我們人類與生俱來最習慣的結構，包括數學、工程、演算法、影像…等等。

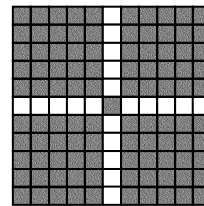


圖 1 正方形排列組合形成兩條垂直線

但經過多年來各界影像相關學者的研究與分析得知人眼在面對正六角形結構的感觀刺激，會較優於正方形結構[1]。每個正六角形的六個鄰邊相連，可形成三條連續垂直線，如圖 2 所示。

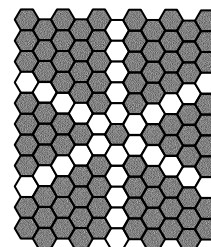


圖 2 正六角形排列組合形成三條垂直線

正六角形結構之所以能更豐富人眼的視覺感受，最主要是因為正六角形排列結構比正方形排列結構多出一條連續垂直線，也更接近真實的自然景象。其他在電子視網模(Epi-retinal Prosthesis)應用於盲人研究中，影像經由數位化取樣後，以正六角形為結構方式的成像座落在視網膜上辨識效果是最佳的[2]。

在影像數位化方面，任何大自然的類比影像在數位化後呈現在顯示器上都會有所損失，經由量子化分析以正六角形為結構影像比以正方形為結構影像在數位化後損失較少[3]。

由於現今顯示器都是以正方形結構為主體，所以 Xiangjian He (何祥健)等學者們提出了虛擬正六角形像素(Sub-Pixel)，如圖 3 所示，集合 56 個正方形像素虛擬出一個視覺上的正六角形像素[4]。利用多個虛擬正六角形像素排

列組合成為虛擬正六角形結構 (Virtual Hexagonal Structure)，如圖 4 所示，虛擬正六角形像素排列組合後不會有所變形或扭曲，並且可以上下左右相連完整密鋪[5, 6]。

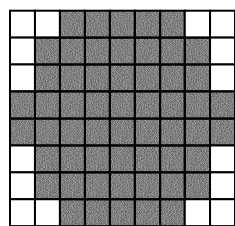


圖 3 虛擬正六角形像素

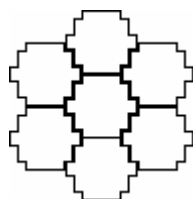


圖 4 虛擬正六角形結構

利用虛擬正六角形結構可方便相關研究人員在目前所使用以正方形為結構的顯示器上模擬正六角形結構影像。

2. 相關研究

目前以正六角形結構的影像感測器(image sensor)並不常見，因此要取得正六角形結構影像並不容易，所以將正方形結構影像轉換成正六角形結構影像技術是相當重要的。

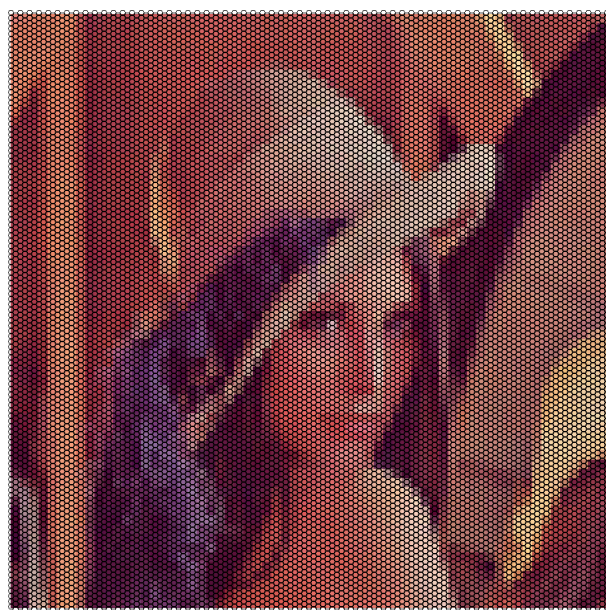


圖 5 正方形結構影像放大 14 倍後影像套入虛擬正六角形結構 $\frac{1}{3}$ 縮小圖

Xiangjian He 等學者們提出虛擬正六角形結構影像轉換演算法[5, 6]，其轉換方式是先將正方形結構影像長、寬各放大 14 倍，再把放大後的影像套入虛擬正六角形結構，如圖 5 所示。

圖 5 為 64×64 原始正方形結構影像長、寬各放大 14 倍後套入虛擬正六角形結構之 $\frac{1}{3}$ 縮小圖，在圖中可以看見每個虛擬正六角形像素中的 56 個像素顏色並不會相同，如圖 6 所示。因此在長、寬放大 14 倍套入虛擬正六角形結構後，均化虛擬正六角形像素中 56 個像素，以達成從正方形結構影像轉換虛擬正六角形結構影像。

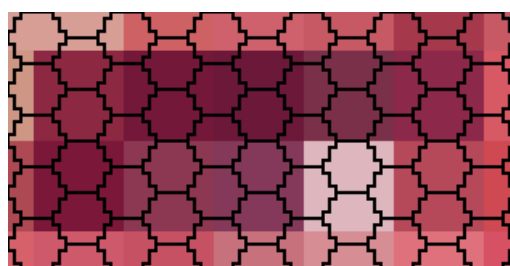


圖 6 正方形結構影像放大 14 倍後影像套入虛擬正六角形結構局部放大圖

Xiangjian He 等學者們提出的虛擬正六角形結構影像轉換演算法，對正六角形結構影像長、寬放大 14 倍必須使用大量的記憶體，此外均化虛擬正六角形像素中 56 個像素也會造成相當大的失真，因此在實作轉換虛擬正六角形結構影像也僅使用灰階影像。

3. 虛擬正六角形結構影像快速轉換

本論文提出可以更快速從正方形結構影像轉換成虛擬正六角形結構影像演算法，正方形結構影像長、寬僅需放大 8 倍，而且失真率極低。除了可以從正方形結構影像轉換成虛擬正六角形結構影像之正轉換，亦可從虛擬正六角形結構影像轉換成正方形結構影像之逆轉換。

3.1 影像正轉換

正方形結構影像轉換成虛擬正六角形結構影像以最簡單且直覺的方式，是依照座標位置對映轉換，如圖 7 所示。

但是直接以對映方式套入虛擬正六角形像素會使得虛擬正六角形結構影像的高多出正方形結構影像比例 $\frac{1}{7}$ ，如圖 8 所示。

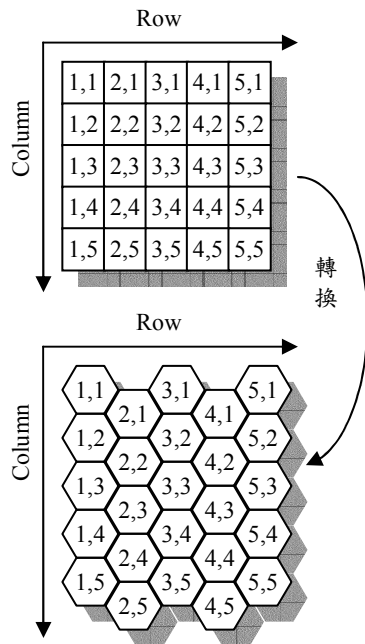


圖 7 正方形結構轉換成虛擬正六角形結構座標對映圖示



圖 8 直接以對映方式套入虛擬正六角形結構

原因在於虛擬正六角形像素本身並不是一個正方形結構，而是一個 7×8 正方形像素組合而成，如圖 9 所示，所以直接對映會造成虛擬正六角形結構影像高放大 8 倍及寬放大 7 倍比例不同的問題。

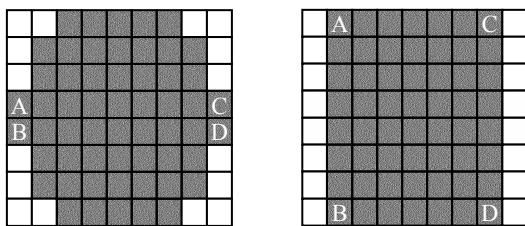


圖 9 7×8 正方形像素

解決放大比例不同的方法，是在直接對映轉換之前，先將正方形結構影像寬放大 $\frac{8}{7}$ 之後再對映轉換成虛擬正六角形結構座標，便可轉換成虛擬正六角形結構影像，證明如下。

$$x \times \frac{8}{7} = \frac{8}{7}x$$

$$\hat{x} = 7 \times \frac{8}{7}x = 8x$$

$$\hat{y} = 8 \times y = 8y$$

x ：正方形結構影像寬

y ：正方形結構影像高

$\hat{x}$ ：虛擬正六角形結構影像寬

$\hat{y}$ ：虛擬正六角形結構影像高

圖 10 影像正轉換推導證明

因此本論文提出之影像正轉換，由正方形結構影像轉換成虛擬正六角形結構影像步驟如下：

步驟 1：將正方形結構影像寬乘 $\frac{8}{7}$ 。

步驟 2：將正方形結構影像依照座標位置對映轉換成虛擬正六角形結構影像。

3.2 影像逆轉換

虛擬正六角形結構影像轉換成正方形結構影像也是依照座標位置對映轉換，將圖 7 逆轉換。因此一樣會有轉換後比例不同問題。解決方法是對映轉換成正方形結構座標後，再將正方形結構影像寬縮小 $\frac{1}{8}$ ，便可轉換成正方形結構影像，證明如下。

$$\hat{x} = 8x$$

$$\hat{y} = 8y$$

$$8x \div 7 = \frac{8}{7}x$$

$$8y \div 8 = y$$

$$\frac{7}{8} \times \frac{8}{7}x = x$$

$\hat{x}$ ：虛擬正六角形結構影像寬

$\hat{y}$ ：虛擬正六角形結構影像高

x ：正方形結構影像寬

y ：正方形結構影像高

圖 11 影像逆轉換推導證明

因此本論文提出之影像逆轉換，由虛擬正六角形結構影像轉換成正方形結構影像步驟如下：

步驟 1：將虛擬正六角形結構影像依照座標位置對映轉換成正方形結構影像。

步驟 2：將正方形結構影像寬乘 $\frac{7}{8}$ 。

4. 比較

在正方形結構影像轉換虛擬正六角形結構影像的過程中，Xiangjian He 等學者們所提出的虛擬正六角形結構影像轉換演算法[5, 6]是以一次性放大將原影像長、寬直接放大 14 倍，再直接套入虛擬正六角形結構，如圖 12 所示。

但此方法會造成虛擬正六角形像素中的 56 個像素顏色並不會相同。原作者在這部份是將虛擬正六角形像素內 56 個像素做均化處理，但均化處理同時增加了失真度和轉換時間。

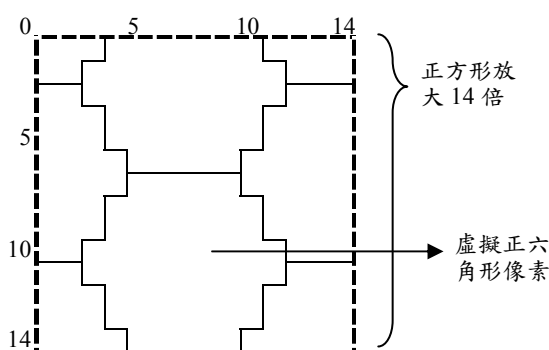


圖 12 放大 14 倍後之正方形像素

本論文提出之虛擬正六角形結構影像轉換演算法技巧性的利用兩階段轉換，並且具有還原能力。正轉換部份先將正方形結構影像寬乘 $\frac{1}{7}$ ，再直接以像素對像素方式從正方形結構影像對映轉換成虛擬正六角形結構影像，因此僅放大 8 倍即可。而逆轉換部份則是先將虛擬正六角形結構影像對映轉換成正方形結構影像，再將轉換後的正方形結構影像乘 $\frac{7}{8}$ 。

直接對映轉換成虛擬正六角形結構，在失真度上相當的低，僅有奇數行與偶數行相差 $\frac{1}{2}$ 像素而已，如圖 13 所示。

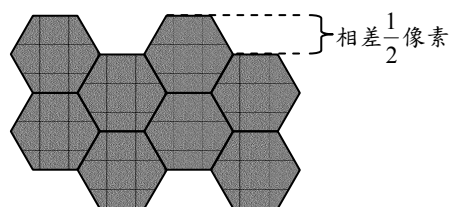


圖 13 奇數與偶數行相差 $\frac{1}{2}$ 像素

整個轉換後誤差計算如公式(1)所示，我們可以發現失真率是極低的，尤其是在影像越大時。

$$\frac{1}{2Height} \dots\dots\dots (1)$$

而且每一個虛擬正六角形像素的 56 個正方形像素自始自終都只會有單一種顏色，不必經過均化而產生相當大的失真，如圖 14 所示。



圖 14 虛擬正六角形結構影像

表 1 為本論文提出之虛擬正六角形結構影像轉換演算法與 Xiangjian He 等學者們所提出的虛擬正六角形結構影像轉換演算法 CPU 運算時間與記憶體使用量比較表，以 Borland C++ Builder 6.0 程式實作，使用邊長 512、256、128 與 64 之 24bit 彩色影像，執行在 IBM Z60m 2531I2V 筆記型電腦搭配 2GB 記憶體上。

表 1 運算時間與記憶體使用量比較表

	Xiangjian He (2006)		Our research	
	運算時間	記憶體使用量	運算時間	記憶體使用量
512	8.674 秒	148.00MB	1.062 秒	48.00MB
256	2.141 秒	36.75MB	0.265 秒	12.00MB
128	0.547 秒	9.19MB	0.062 秒	3.00MB
64	0.125 秒	2.30MB	0.016 秒	0.75MB

從表 1 我們可以明顯比較出在任何情況下與原作者相比，本論文提出之演算法運算時間僅需約 $\frac{1}{8}$ 、記憶體使用量僅需約 $\frac{1}{3}$ 。

5. 結論

本論文提出之虛擬正六角形結構影像轉換演算法利用兩段式轉換放大 8 倍虛擬正六角形結構，擁有速度快、記憶體使用量少、失真率極低和保有可逆還原性，而且方法相當簡單。提供相關研究人員可以在一般個人電腦上，更快速、更便利的模擬虛擬正六角形結構環境。雖然目前以正六角形為結構影像領域研究相當的少，無論是硬體與軟體，包括電荷耦合元件(Charge Coupled Device, CCD)、液晶螢幕、影像處理軟體及相關研究。但相信在未來將會有更多正六角形結構相關影像的研究出現。

參考文獻

- [1] Krzysztof T. Tytkowski, "Hexagonal Raster for Computer Graphic", The Proceedings of the: IEEE International Conference on Information Visualization (IV'00), pp.69-73, 2000.
- [2] Milena Vurro, Giuseppe Baselli, Francesco Orabona, and Giulio Sandini, "Simulation and Assessment of Bioinspired Visual Processing System for Epi-retinal Prostheses", Proceedings of the 28th IEEE EMBS Annual International Conference, pp.3278-3281, 2006.
- [3] Behzad Kamgar-Parsi and Behrooz Kamgar-Parsi, "Quantization Error in Hexagonal Sensory Configurations", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, NO. 6, pp.604-611, 1992.
- [4] Xiangjian He and Wenjing Jia, "Hexagonal structure for intelligent vision", Proceedings of International Conference on Information and Communication Technologies (IEEE), pp.52-64, 2005.
- [5] Xiangjian He, Wenjing Jia, Qiang Wu, Namho Hur, Tom Hintz, Huaqing Wang, and Jinwoong Kim, "Basic Transformations on Virtual Hexagonal Structure", Proceedings of the International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualisation (CGIV'06), 2006.
- [6] Xiangjian He, Wenjing Jia, Namho Hur, Qiang Wu, and Jinwoong Kim, "Image Translation and Rotation on Hexagonal Structure", Proceedings of The Sixth IEEE International Conference on Computer and Information Technology, 2006.