

無線網路上使用扇形天線之最小電力單一來源多播繞送問題之快速最佳

混合整數線性規劃*

許丕榮 蔡宏源 陳泰旺
國立雲林科技大學電機工程系
sheupr@yuntech.edu.tw

摘要

在本論文中，我們將討論無線網路上使用扇形天線之最小電力單一來源多播繞送問題(The minimum-power single-source multicast problem with sectorized antennas，簡稱為 MPSSMSA 問題)。MPSSMSA 問題為一個 NP-complete 問題。一個以直接電力模式為基礎之混合整數線性規劃 (Mixed Integer Linear Programming: MILP) formulation 已被提出來為得到 MPSSMSA 問題之最佳解。由於 MILP 本身也是一個 NP-complete 問題，因此當無線網路的節點數目增多時，這個 optimal MILP formulation 之執行時間將變得非常長，結果這個 optimal MILP formulation 之實用價值便非常有限。

三種可用來加快 optimal MILP formulation 之執行速度的技巧已經被提出來：(1) 採用遞增電力消耗模式，(2) 提出新的限制式，(3) 研發有效的 preprocessing 技巧。本論文將試圖把這三種技巧中的兩種應用在 MPSSMSA 問題上以重新設計它的一個較快速之 optimal MILP formulations，以便擴大 MPSSMSA 問題所能求得最佳解之網路規模。電腦模擬結果顯示我們的以遞增電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation 之執行速度確實比以直接電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation 快很多。更進一步地，我們也設計了一個有效的 preprocessing 技巧，實驗顯示這項 preprocessing 技巧可以再加快我們以遞增電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation 之執行速度。

關鍵詞：線性規劃，最小電力多播問題，最佳解，扇形天線，無線網路

*本項研究工作經費接受國科會補助，計畫名稱：無線網路上以電力為考量之 anycast 與 multicast 路徑繞送問題之研究，計畫編號：NSC 95-2221-E-224-014。

Abstract

In this paper, we address the minimum-power single-source multicast problem with sectorized antennas (MPSSMSA). MPSSMSA is an NP-complete problem. An optimal mixed integer linear programming (MILP) formulation based on the direct power consumption model has been proposed to generate the optimal solution for MPSSMSA. However, MILP is also NP-complete itself. Therefore, the execution time of the optimal MILP formulation becomes very long when the number of nodes in a wireless network is large. Thus, the value of the optimal MILP formulation is limited. Three methods which can speed up the execution of an optimal MILP formulation have been developed recently. They are (1) using the incremental power consumption model, (2) using additional inequalities, and (3) using preprocessing techniques. In this paper, we attempt to adopt two of them to design a fast and optimal MILP formulation and an efficient preprocessing technique for MPSSMSA. Computer simulations show that our new optimal MILP formulation based on the incremental power consumption model can reduce execution time significantly. In addition, our proposed preprocessing technique can further reduce the execution time of our new optimal MILP formulation.

Keywords: Linear Programming, Minimum-Power Multicast/Broadcast, Optimal Solution, Sectorized Antenna, Wireless Network

1.前言

隨著人們對於行動通訊的需求日益增多，無線網路(包含隨意網路和無線感應器網路)在近年來已越來越受到人們的重視與產業界的看好。無線網路的主要優點是在於它能夠提供人們一個不受時間與空間的限制，而可以隨時隨地來進行通訊的網路環境[MuMa04]。

電池電力的考量一直是無線網路上備受注目的焦點議題，這是因為無線網路上之任一部主機的生存時間完全受限於它的電池之電力容量和電力消耗速度[MiBa02] [MuMa04]。當某一主機的電池電力耗盡時，該主機將從這個無線網路上離開並且有可能影響到無線網路的整體運作以及資料封包的繞送。因此該如何有效地在路徑繞送通訊協定中納入節省電力之機制，近年來已成為無線網路上一個相當重要的研究課題[GoWi02] [MiBa02] [MuMa04]。

在無線網路的實際應用中，每一部主機常有將自身之資料封包傳送給多個其它主機之通訊需求，例如多方視訊會議，網路遊戲等。為了因應這樣的通訊需求，近年來已有相當多的文獻在探討無線網路之各種多播相關繞送問題[DMEA03] [GuYa05] [WaGu03]。單一來源(single-source)之多播繞送問題，或稱為以來源為基礎(source-based)之多播繞送問題[DMEA03][CaHE02]，是指由某一特定主機將資料封包同時傳送給多個其它主機之通訊模式。在本論文中，我們將討論無線網路上的最小電力之單一來源多播繞送問題(The minimum power single-source multicast problem，簡稱為MPSSM 問題)[CaHE02]。MPSSM 問題為一個 NP-complete 問題[CaHE02]。

一般說來，解決 MPSSM 問題的方法可以分為兩大類型：(1)以無方向性天線來解決 MPSSM 問題[CaHE02] [DMEA03]，(2)用有方向性天線來解決 MPSSM 問題[DMEA04] [GuYa06]。扇形天線是屬於有方向性的天線[DMEA04]。扇形天線系統不像無方向性天線系統，基本上，祇有在扇形區域內才會有無線多播優勢的特性[WiNE00]。換句話說，就是只有位於同樣的一個扇形區域裡的

某些較近節點，才會同時接收到來自來源節點傳送的資料封包。雖然看起來這似乎是一個不利的條件，但是扇形天線卻可以較有效率的使用電力，這是因為它可以減少傳輸電力的消耗和接收節點方面的訊號雜訊比並避免不在接收表單內節點的干擾問題。在本論文中，我們將討論無線網路上使用扇形天線之最小電力之單一來源多播繞送問題(The minimum power single-source multicast problem with sectorized antennas，簡稱為 MPSSMSA 問題) [DMEA04]。因為當扇形天線的角度為 360° 時，MPSSMSA 問題便成為 MPSSM 問題，所以 MPSSMSA 問題為 MPSSM 問題的 general case，因此 MPSSMSA 問題亦為 NP-complete 問題。

線性規劃(Linear Programming)為目前運用最為廣泛之數學規劃方法，線性規劃特別適用於最佳化問題[HiLi86]。電池電力是無線網路的寶貴資源，因此須要最佳化（最小化）地使用，結果無線網路之最小化電力相關問題常常可以用線性規劃來描述。再者線性規劃有功能強大的套裝軟體，例如 CPLEX[CPLEX]，可供使用，不必使用者親自撰寫複雜的程式碼，因此利用線性規劃來描述和求解無線網路上之相關最佳化問題是非常合適且省力的便利方法。事實上，近年來已有相當多的研究人員採用線性規劃技術來處理無線網路相關問題，其中包含了最小電力多播問題[DMEA03] [MoGa05]。

當一個問題被證明是困難的 NP-complete 問題時(例如，MPSSMSA 問題)，尋找它的近似解通常是最普遍且實際的作法。然而我們該如何去評估這些近似解的品質呢？用線性規劃來求解該問題之最佳解將可以幫助我們評估現有近似解的真正誤差範圍。雖然另一種可能的作法是去尋找該問題之最佳解的 lower bound，這種作法的好處是 lower bound 通常比最佳解可較容易且較快速求得。但 lower bound 的品質（即它與最佳解的差距）將大大影響我們對近似解的評估。而高品質的 lower bound，一般說來，是很困難取得的。

在[DMEA04]這篇論文裡，作者以直接電力模式為基礎，已提出一個混合整數線性規劃 (Mixed Integer Linear Programming: MILP) formulation 來求得 MPSSMSA 問題之最佳解。由於 MPSSMSA 問題是困難的 NP-complete 問題，所以它的 optimal LP formulations 是一個 optimal MILP formulations。所謂 MILP formulation 是指此 formulation 中的某一些變數的值被要求必須為整數而其餘的變數可以為任意值。在底下的討論中，為了方便起見，我們一律用 optimal MILP formulation 一辭來代表可求得某一個問題之最佳解的 MILP formulation。注意，optimal 一詞是指此 formulation 可求得該問題之最佳解，而非指此 formulation 本身是最佳了，無法再改進了！

由於 MILP 本身也是一個 NP-complete 問題[GaJo79]，因此當無線網路的節點數目增多時，一個 optimal MILP formulation 之執行時間將變得非常長，結果這個 optimal MILP formulation 之實用價值便非常有限。三種可以用來加快 the minimum power symmetric connectivity problem (the MPSC problem) 之 optimal MILP formulation 之執行速度的技巧已經被提出來[MoGa05] [MoGD05]: (1) 設計新的花費成本模式，例如採用遞增電力消耗模式，(2) 提出新的限制式，(3) 研發新的 preprocessing 技巧。[MoGa05]之實驗數據顯示當節點數目為 20 時，採用直接電力消耗模式之 MPSC 問題的 optimal MILP formulation 須費時 986.41 秒，然而當採用遞增電力消耗模式時，其 optimal MILP formulation 的執行時間便降為 31.59 秒。當遞增電力消耗模式加上新的限制式時，其 optimal MILP formulation 的執行時間再降為 17.62 秒。最後當新的 preprocessing 技巧被再加入時，其 optimal MILP formulation 的執行時間更降到僅 4.14 秒。這些結果叫我們相信這三種技巧對於加快 optimal MILP formulation 之執行速度是有效的。因此本論文將試圖把這三種技巧中的兩種應用在 MPSSMSA 問題上以重新設計它的一個較快速之 optimal MILP formulation，以便擴大 MPSSMSA 問題所能求得最佳解之網路規模。電腦模擬結果顯示我們的以遞增電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的

optimal MILP formulation 之執行速度確實比[DMEA04]中之以直接電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation 快很多。更進一步地，我們也設計了一個有效的 preprocessing 技巧，實驗結果顯示這項 preprocessing 技巧可以再加快我們以遞增電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation 之執行速度。

本篇論文的其餘架構如下：在第二節，我們將介紹兩種電力消耗模式：直接電力消耗模式和遞增電力消耗模式。在第三節，我們將描述在直接電力消耗模式下之 MPSSMSA 問題的定義。在第四節，我們將討論在遞增電力消耗模式下之 MPSSMSA 問題的定義。在第五節，我們將介紹和推導在這兩種不同電力消耗模式下之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulations。第六節將顯示我們的電腦模擬結果。第七節為本篇論文的結論。

2. 電力消耗模式

2.1 直接電力消耗模式

根據[MoGa05]所述，目前文獻中，關於無線網路之節點的花費成本模式（即節點的電力消耗模式）共有兩種。我們將稱第一種模式為直接電力消耗模式[WiNE00]。在無線網路裡，當來源節點傳送資料封包時，除了目的節點可以接收到所傳送的資料封包外，在其傳送半徑所涵蓋的範圍內之所有較近節點均可接收到來源節點所傳送的資料封包，這種特性稱為無線多播優勢(wireless multicast advantage) [WiNE00]。這樣的優勢可以協助無線網路來建構最小電力多播樹。根據無線多播優勢所發展出來的電力消耗模式便稱為直接電力消耗模式。

讓我們以圖 1 為例子來說明何謂直接電力消耗模式。圖 1 為一個包含 4 部主機的無線網路，主機 V_j, V_k, V_m 是位於來源主機 V_i 的傳輸範圍內。圖中 p_{ij} 代表節點 V_i 要跟節點 V_j 作傳輸時，節點 V_i 所需要耗費的電力。根據無線多播優勢，當來源主機 V_i 要廣播資料封包到其他目的主機 V_j, V_k, V_m

時，其所耗費的傳輸電力 $r_i = p_{i(j,k,m)} = \max\{p_{ij}, p_{ik}, p_{im}\}$ 。一般說來，在直接電力消耗模式下，一個要求最小電力之 optimal MILP formulation 之目標函數通常可被寫成 $\text{minimize} \sum_{v_i \in V} r_i$ ，此處 r_i 代表節點 v_i 的電力消耗。

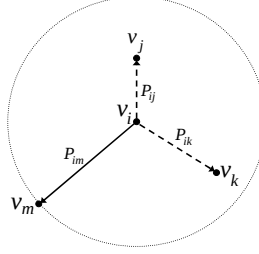


圖 1. 直接電力消耗模式

2.2 遞增電力消耗模式

我們將稱第二種電力消耗模式為遞增電力消耗模式[MoGa05]。讓我們以圖 2 為例子來說明何謂遞增電力消耗模式。圖 2 為一個包含 4 部主機的無線網路，來源主機 v_i 的傳輸範圍內包含有主機 v_j, v_k, v_m 。圖中 $c_{ij} = p_{ij} - p_{ia_j^i}$ ，其代表的意義為節點 v_i 要跟節點 v_j 建立通訊鏈結時所需要增加的電力 (c_{ij}) 為：節點 v_i 到節點 v_j 所需要之電力 (p_{ij}) 減去節點 v_i 到節點 $v_{a_j^i}$ 所需要之電力

$$(p_{ia_j^i}), \text{ 其中 } a_j^i = \begin{cases} i & \text{if } p_{ij} = \min_{v_k \in V} \{p_{ik}\} \\ \arg \max_{k \in V} \left\{ p_{ik} \mid \left(\begin{aligned} &(p_{ik} < p_{ij} \wedge (\nexists v_l \in V \text{ s.t. } p_{ik} = p_{il} \wedge v_l > v_k)) \\ &\vee (p_{ik} = p_{ij} \wedge (\nexists v_l \in V \text{ s.t. } p_{ik} = p_{il} \wedge v_j > v_l > v_k)) \end{aligned} \right) \right\} & \text{otherwise} \end{cases}.$$

當我們以遞增電力消耗模式來考量時，若來源主機 v_i 要廣播一個資料封包到其他目的主機 v_j, v_k, v_m 時，其所耗費的傳輸電力 r_i 為 $p_{i(j,k,m)} = c_{ij} + c_{ik} + c_{im}$ 。一般說來，在遞增電力消耗模式下，一個要求最小電力之 optimal MILP formulation 之目標函數通常可被寫成 $\text{minimize} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} y_{ij}$ ，此處 y_{ij} 為一個二元變數，當節點 v_i 的電力允許到達節點 v_j 時， y_{ij} 為 1，否則 y_{ij} 為 0。

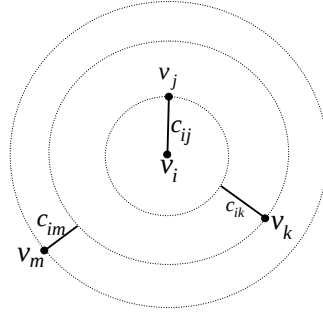


圖 2. 遞增電力消耗模式

3. 直接電力消耗模式下之 MPSSMSA 問題的定義

我們假設在一個無線網路上，只有一個來源節點必須對無線網路上的某些其他目的節點傳送資料封包。在這個無線網路上，任何節點都可以經由其它節點（當作轉送節點）與使用扇形天線和其他節點進行通訊。我們假設這個無線網路是靜態的。

我們假設每一個節點都擁有 $\hat{A}$ 個扇形天線，並且這 $\hat{A}$ 個扇形天線剛好涵蓋一個無方向性天線的所有角度，所以每個扇形天線的角度為 $360^\circ / \hat{A}$ 。我們假設扇形天線在開啟的模式時，可以忽略扇形邊際的干擾效應。進一步地，扇形天線的信號將平均分散在整個傳播的角度內，並且扇形天線的效率是 100%，換句話說，每個扇形天線並不考慮任何的天線電力損失。在這篇論文中，我們的扇形天線的操作模式是有向性傳送與無方向性接收。

我們假設信號的接收及處理電力相對於信號的傳輸電力是可以忽略的，所以節點的電力消耗主要是來自信號的傳輸，因此一顆多播樹的電力消耗值將是由其所消耗的傳輸電力來決定。

給定一個無線網路 $G(V, E)$ ， V 為無線網路上所有節點的集合， E 為節點間之通訊鏈結的集合。

每個節點有固定的位置，每一個節點有 $\hat{A}$ 個扇形天線。天線的照射角度是 θ ，所以 $\theta = 360 / \hat{A}$ 。令節點 v_i 的第 a 個天線之電力消耗為 $Y_{i,a} = \text{Maximize} \left\{ p_{ij} \mid (a+1)\theta > \phi_{ij} \geq a\theta \right\}$ ，其中 $p_{ij} = d_{ij}^\alpha \times \frac{\theta}{360^\circ}$ 代表節點 v_i 傳送到節點 v_j 的電力消耗， d_{ij} 是節點 v_i 到節點 v_j 的幾何距離， α 是環境的損失指數，在這篇論文我們選定 $\alpha = 2$ ， ϕ_{ij} 為節點 v_i 和節點 v_j 之間座標軸上的夾角。因此節點 v_i 的總電力消耗為

$$\sum_{a=0}^{\hat{A}-1} Y_{i,a} \circ$$

基於以上假設，我們在此正式定義在直接電力消耗模式下的 MPSSMSA 問題為[DMEA04]：

給定一個含有權值的完全圖 $G(V, E, P)$ ， $P = \{p_{ij} | (v_i, v_j) \in E\}$ ，網路節點數為 $|V|$ ，一個來源節點 v_s ，一組目的節點 D ，找出一棵有向多播樹 $T_s(V', E', P)$ ，來連接 v_s 和所有目的節點，此處 $E' = \{(v_i, v_j) | (v_i, v_j) \in T_s\}$ 是通訊鏈結的集合， $V' = \{v_i | \exists (v_i, v_j) \in E' \text{ or } (v_j, v_i) \in E'\}$ 是 T_s 中之節點的集合，使得無線網路之總電力消耗為最小，也就是說， $\sum_{v_i \in V'} \sum_{a=0}^{\hat{A}-1} Y_{i,a}$ 為最小。

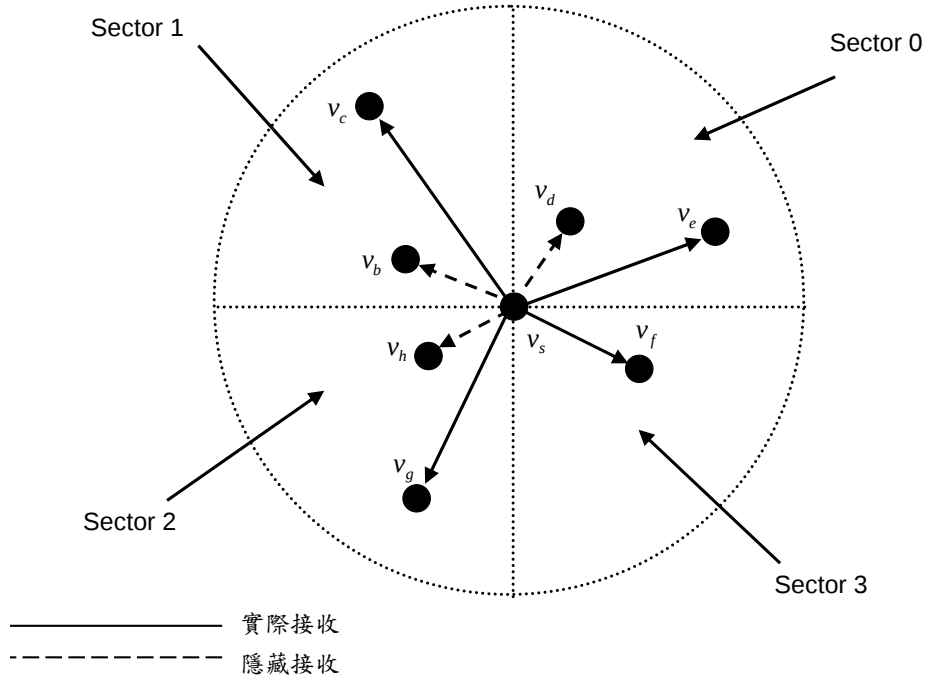


圖 3. 扇形天線的多播方式

讓我們以圖 3 來說明扇形天線的多播方式及其電力消耗值的計算。假設目的節點是 v_b 、 v_c 、 v_d 、 v_e 、 v_f 、 v_g 及 v_h 。因為節點 v_d 及 v_e 是位在同一個扇形區域內，所以節點 v_s 傳送到 v_e 之資料封包也會被節點 v_d 所接收但不會被 v_b 、 v_h 、或 v_f 所接收。我們稱 $v_s \rightarrow v_d$ 為隱藏接收， $v_s \rightarrow v_e$ 為實際接收。令 x_{ij} 是一個二元變數。假如 $(v_i, v_j) \in E$ 且有被包含在最小電力多播樹上，則 $x_{ij} = 1$ ，否則

$x_{ij} = 0$ 。令 $ne(v_i, a)$ 代表節點 v_i 之第 a 個天線可以直接傳送到達的節點之集合。參考圖 3，我們可得 $ne(v_s, 0) = \{v_d, v_e\}$ ， $ne(v_s, 1) = \{v_b, v_c\}$ ， $ne(v_s, 2) = \{v_h, v_g\}$ ， $ne(v_s, 3) = \{v_f\}$ 。節點 v_i 之第 a 個扇型天線的傳輸電力消耗值可以被計算如下：

$$Y_{i,a} = \max_j \{p_{ij} x_{ij} \mid v_j \in ne(v_i, a)\} \quad (3.4)$$

4. 遞增電力消耗模式下之 MPSSMSA 問題的定義

給定一個無線網路 $G(V, E)$ ， V 為無線網路上所有節點的集合， E 為節點間之通訊鏈結的集合。

每個節點有固定的位置，每一個節點有 $\hat{A}$ 個扇形天線。天線的照射角度是 θ ，所以 $\theta = 360 / \hat{A}$ 。令節點 v_i 的第 a 個天線之電力消耗為 $Y_{i,a} = \sum c_{ij}$ ，其中 $c_{ij} = p_{ij} - p_{ia_j}$ 代表節點 v_i 傳送到節點 v_j 所增加的電力消耗， ϕ_{ij} 為節點 v_i 和節點 v_j 之間座標軸上的夾角。因此節點 v_i 的總電力消耗為 $\sum_{a=0}^{\hat{A}-1} Y_{i,a}$ 。

基於以上假設，我們在此正式定義遞增電力消耗模式下的 MPSSMSA 問題為：給定一個含有權值的完全圖 $G(V, E, C)$ ， $C = \{c_{ij} \mid (v_i, v_j) \in E\}$ ，網路節點數為 $|V|$ ，一個來源節點 v_s ，一組目的節點 D ，找出一棵有向多播樹 $T_s(V', E', C)$ ，來連接 v_s 和所有目的節點，此處 $E' = \{y_{ij} \mid (v_i, v_j) \in T_s\}$ 是通訊鏈結的集合， $V' = \{v_i \mid \exists (v_i, v_j) \in E' \text{ or } (v_j, v_i) \in E'\}$ 是 T_s 中之點的集合，使得無線網路之總電力消耗為最小，也就是說， $\sum_{v_i \in V'} \sum_{(v_i, v_j) \in E} c_{ij} y_{ij}$ 為最小。

圖 4 顯示一個扇形天線的遞增電力消耗模型， $p_{ij} = d_{ij}^2 \times \frac{\theta}{360^\circ}$ 代表節點 v_i 傳送到節點 v_j 的電力消耗， d_{ij} 是節點 v_i 到節點 v_j 的幾何距離， θ 為節點 v_i 和節點 v_j 之所在位置扇形的夾角。

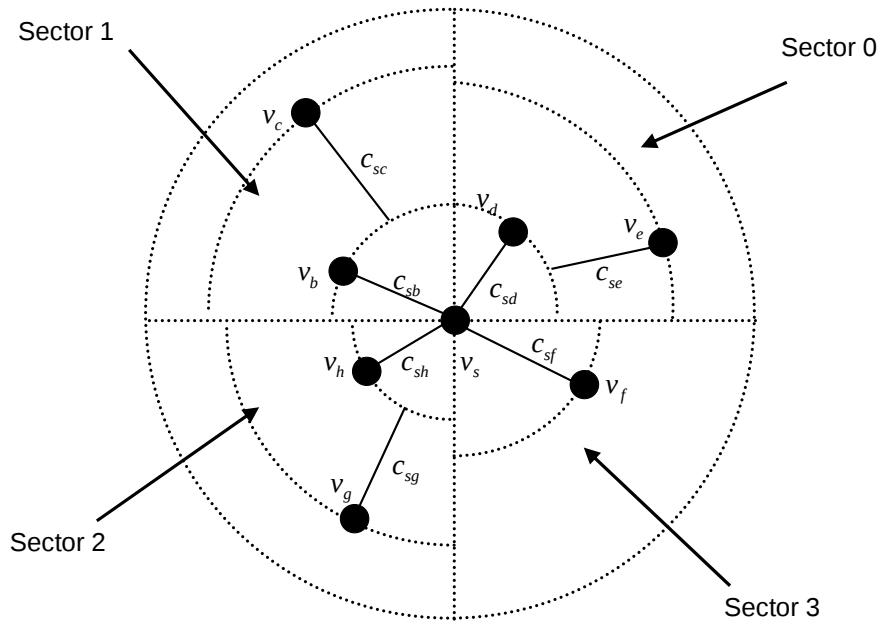


圖 4. 四個扇形天線的遞增電力消耗模式

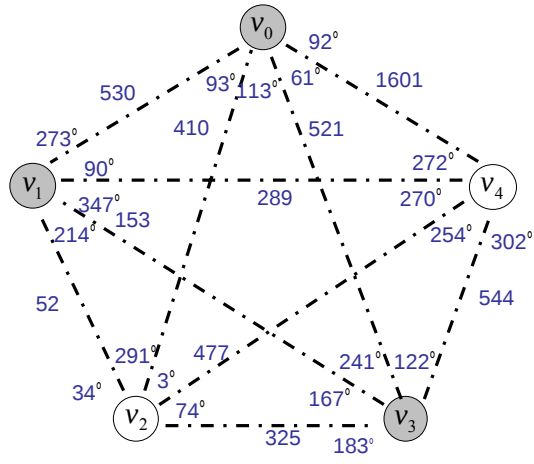
範例說明

讓我們以圖 5 為例子來說明上述的定義。圖 5 是一個由五個節點：節點 v_0 、 v_1 、 v_2 、 v_3 及 v_4 ，所組成的無線網路。其中 v_0 是來源節點， v_1 和 v_3 是目的節點。鏈結上的數字表示單一資料封包經過無向天線傳送到另一個節點所需要消耗的電力值。接下來，我們將每一個節點上的無向天線換成 10 個扇形天線，每一個扇形天線的夾角為 36° ，如圖 6 所示。

藉由圖 6 之扇形天線，我們可以將圖 5 轉換成圖 7。例如，由於節點 v_0 傳送資料封包到節點 v_2

是使用扇形天線 $SA_{0,3}$ ，因此電力消耗將由 $p_{ij} = 410$ 減少為 $p'_{ij} = \left\lceil \frac{p_{ij}}{10} \right\rceil = \left\lceil \frac{410}{19} \right\rceil = 41$ 。最後，我們

可在圖 7 中找出從來源節點 v_0 到目的節點 v_1 和 v_3 的一棵最小電力有向多播樹，如圖 8 所示。



..... (允許建立之通道)

圖 5. 一個有五個節點之無線網路

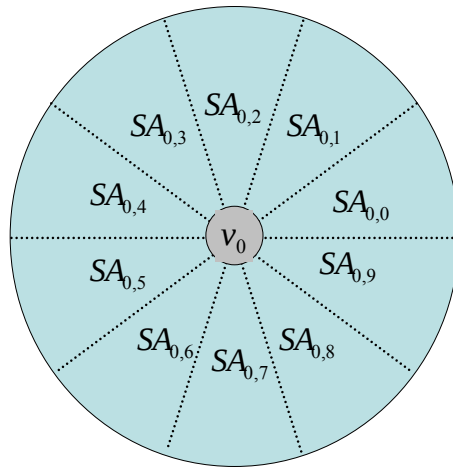


圖 6. 夾角為 36° 之 10 個扇形天線

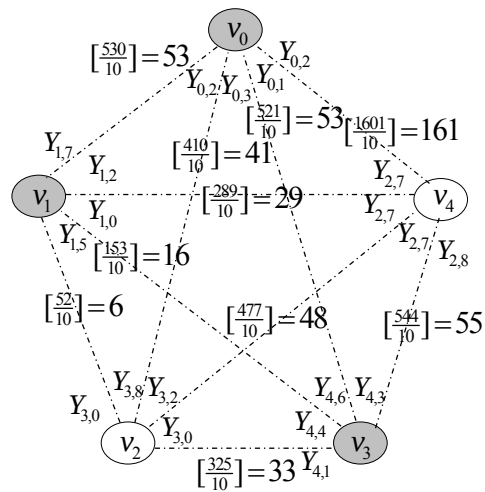


圖 7. 一個有五個節點且使用扇形天線之無線網路

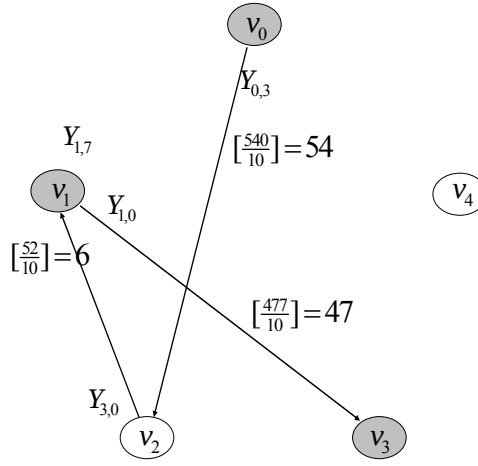


圖 8. 使用扇形天線的最小電力有向多播樹

5. MPSSMSA 問題之 Optimal MILP Formulations

在第 5.1 小節我們將介紹 [DMEA04] 所提出之 MPSSMSA 問題的一個 optimal MILP formulation，此 formulation 是根據直接電力消耗模式、網路流量原理及整數規劃技術而來的，它可以找出 MPSSMSA 問題的最佳解。在第 5.2 小節我們將提出一個以遞增電力消耗模式為基礎之 optimal MILP formulation，同樣地，它可以用來找出 MPSSMSA 問題的最佳解，但不同的是，它的執行速度比前一個快很多。

5.1 以直接電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation

在這一小節我們將介紹一個以直接電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation。我們稱它為 MILP01-for-MPSSMSA。MILP01-for-MPSSMSA 是由 [DMEA04] 所提出。

為了建構 MILP01-for-MPSSMSA，一些相關的變數有如下之定義。

$|D|$ ：目的節點總數。

$Y_{i,a}^{\max}$ ：節點 v_i 之第 a 個天線可以消耗的最大電力。

$Y_{i,a}$ ：節點 v_i 之第 a 個天線所消耗的電力。

p_{ij} ：當節點 v_i 要傳送一個資料封包到節點 v_j 時，節點 v_i 所需要消耗的電力。

x_{ij} ：一個二元變數，當鏈結 (v_i, v_j) 存在於最後之多播樹時， x_{ij} 為 1，否則 x_{ij} 為 0。

f_{ij} ：鏈結 (v_i, v_j) 上的流量。

$ne(v_i, a)$ ：節點 v_i 之第 a 個扇形天線可以直接傳送到達的節點之集合。

基於上述的定義，MILP01-for-MPSSMSA 可以表示如下：

Minimize:

$$\sum_{v_i \in V} \sum_{a=0}^{\hat{A}-1} Y_{i,a} \quad (5.1)$$

Subject to:

$$\sum_{(v_s, v_i) \in E} f_{si} = |D| \quad (5.2)$$

$$\sum_{(v_i, v_s) \in E} f_{is} = 0 \quad (5.3)$$

$$\sum_{(v_j, v_i) \in E} f_{ji} - \sum_{(v_i, v_j) \in E} f_{ij} = 1, \forall v_i \in D \quad (5.4)$$

$$\sum_{(v_j, v_i) \in E} f_{ji} - \sum_{(v_i, v_j) \in E} f_{ij} = 0, \forall v_i \in V \setminus \{v_s\} \cup D \quad (5.5)$$

$$|D| x_{ij} - f_{ij} \geq 0, \forall (v_i, v_j) \in E \quad (5.6)$$

$$Y_{i,a} - p_{ij} x_{ij} \geq 0, \forall v_j \in ne(v_i, a), \forall a \in \{0, \dots, \hat{A}-1\}, \forall v_i \in V \quad (5.7)$$

$$Y_{i,a}^{\max} \geq Y_{i,a} \geq 0, \forall a \in \{0, \dots, \hat{A}-1\}, \forall v_i \in V \quad (5.8)$$

$$f_{ij} \geq 0, \forall (v_i, v_j) \in E \quad (5.9)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (v_i, v_j) \in E \quad (5.10)$$

限制式(5.2)表示來源節點的流量必須等於多播目的節點的數量。限制式(5.3)表示沒有資料封包需要傳回來源節點。限制式(5.4)表示任一個目的節點的流入流量減去流出流量會等於1。限制式(5.5)表示任一轉送節點的流入流量等於流出流量。限制式(5.6)表示傳送到一個鏈結上的流量會小於或等

於目的節點數。限制式(5.7)表示節點 v_i 的第 a 個扇形天線的電力消耗值必須大於或等於其傳送到最遠節點所須的電力消耗。限制式(5.8)表示扇形天線的電力消耗值之最大範圍。限制式(5.9)表示流量變數 f_{ij} 的範圍。(5.10)表示變數 x_{ij} 的範圍。

5.2 以遞增電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation

在這一小節我們將提出一個以遞增電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 optimal MILP formulation：MILP02-for-MPSSMSA。為了建構 MILP02-for-MPSSMSA，除了上一小節之相關變數外，我們需要導入另一個變數 y_{ij} 。假如節點 v_i 有足夠的電力可以傳送資料封包到節點 v_j ，則 $y_{ij}=1$ ，否則 $y_{ij}=0$ 。MILP02-for-MPSSMSA 可以表示如下：

Minimize:

$$\sum_{v_i \in V} \sum_{(v_i, v_j) \in E} c_{ij} y_{ij} \quad (5.11)$$

Subject to:

$$\sum_{(v_s, v_i) \in E} f_{si} = |D| \quad (5.12)$$

$$\sum_{(v_i, v_s) \in E} f_{is} = 0 \quad (5.13)$$

$$\sum_{(v_j, v_i) \in E} f_{ji} - \sum_{(v_i, v_j) \in E} f_{ij} = 1, \forall v_i \in D \quad (5.14)$$

$$\sum_{(v_j, v_i) \in E} f_{ji} - \sum_{(v_i, v_j) \in E} f_{ij} = 0, \forall v_i \in V \setminus \{v_s\} \cup D \quad (5.15)$$

$$|D| y_{ij} - f_{ij} \geq 0, \forall (v_i, v_j) \in E \quad (5.16)$$

$$y_{ia_j^i} \geq y_{ij}, \forall v_j \in ne(v_i, a), \forall a \in \{0, \dots, \hat{A}-1\}, \forall v_i \in V \quad (5.17)$$

$$f_{ij} \geq 0, \forall (v_i, v_j) \in E \quad (5.18)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (v_i, v_j) \in E \quad (5.19)$$

限制式(5.17)表示在節點 v_i 的第 a 個扇形天線上，如果節點 v_i 要轉送一個資料封包到節點 v_j ，

則任何比節點 v_j 更靠近 v_i 的節點都可以接收到此資料封包。限制式(5.12)到限制式(5.16)所代表之意義與限制式 (5.2)到限制式(5.6)相同。限制式(5.18)與限制式(5.9)相同，限制式(5.19)表示變數 y_{ij} 的範圍。

6.一個有效的前端處理技巧

在這一節裡，我們將提出一個有效的前端處理技巧。它可以事先刪除無線網路圖中的一些鏈結，如此，MILP02-for-MPSSMSA 中的變數數目便可以大大地減少，結果，MILP02-for-MPSSMSA 的執行速度便可以加快。首先，我們為 MPSSMSA 問題設計一個啟發式演算法：*heu*。令這個啟發式演算法所得到的電力消耗值為 $cost(heu)$ 。現在假設當某一個鏈結 (v_i, v_j) 存在於最後多播樹時，該多播樹之電力消耗值將大於 $cost(heu)$ ，則我們可以事先將鏈結 (v_i, v_j) 自無線網路輸入圖中刪除之。我們將我們的前端處理技巧定義如下：

Preprocessing(6.1)：假如不等式 $\frac{P_{ij}}{\hat{A}} > cost(heu)$ 成立，則從無線網路輸入圖中刪除鏈結 (v_i, v_j)

讓我們以圖 7 來說明我們的前端處理技術 Preprocessing(6.1)。我們將採用最短路徑演算法當作啟發式演算法來為圖 7 找一棵啟發式的多播樹： $v_0 \rightarrow v_2 \rightarrow v_1$ 和 $v_0 \rightarrow v_3$ 。此啟發式解之 $cost$ 為 $cost(heu) = \left\lceil \frac{410}{10} \right\rceil + \left\lceil \frac{52}{10} \right\rceil + \left\lceil \frac{521}{10} \right\rceil = 41 + 6 + 53 = 100$ 。在另一方面，從圖 7 中，我們發現 v_0 傳送一個資料封包到 v_4 的電力需求為 $\left\lceil \frac{1601}{10} \right\rceil = 161$ 。很明顯地，這條鏈結一定引起一個高於 $cost(heu)$ 的解，因此我們可以放心地自無線網路圖中刪除這條鏈結 (v_0, v_4) 。如此，當 MILP02-for-MPSSMSA 被執行時，它的變數將可以變得較少，結果，它的執行速度將變得較快。

7.電腦模擬結果與分析

在這一節我們將以電腦模擬來評估和比較(1)我們所提出以遞增電力消耗模型為基礎之

MILP02-for-MPSSMSA，(2)前端處理技術的效能(Preprocessing(6.1)+MILP02-for-MPSSMSA)，(3)已知的以直接電力消耗模式為基礎之 MILP01-for-MPSSMSA 的效能。我們的效能評估項目為 cpu 執行時間。

電腦模擬之假設與環境

我們的硬體設備為個人電腦(Intel Pentium 4 2 Ghz 及 756 MB DDR SDRAM)。我們的軟體設備為 ILOG CPLEX 6.5 套裝軟體[CPLEX]。

我們的電腦模擬環境為：(1)無線網路的節點是由電腦隨機產生的並且隨機分佈在一個 $100m \times 100m$ 的區域範圍內。(2)一個鏈結 (v_i, v_j) 的傳輸電力設定為 d_{ij}^2 ， d_{ij} 是鏈結 (v_i, v_j) 的長度。(3) 80%的網路節點(不包含來源節點)將被隨機選定為目的節點。基本上，我們將改變無線網路之總節點數目，以觀察上述三個不同 optimal MILP formulation 之執行時間。

電腦模擬之結果

表一顯示我們的模擬結果(600↑表示超過 600 秒)。從表 1 我們可以知道 Preprocessing+MILP02-for-MPSSMSA 的執行時間明顯低於另外兩種 formulation 的執行時間。模擬結果顯示當無線網路的節點數目不超過十五個時，此三個 formulations 之執行時間相差不多。但當節點數目增加時，此三個 formulations 之執行時間之差距便愈來愈大。例如當節點數目為二十五個時，MILP01-for-MPSSMSA 之執行時間為 203.21 秒，而 MILP02-for-MPSSMSA 之執行時間為 37.85 秒。當使用前端處理技巧時，電力高於 $cost(heu)$ 的鏈結將被刪除，結果 preprocessing(6.1)+MILP02-for-MPSSMSA 只要 20.58 秒。

以上之模擬結果顯示我們的以遞增電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA 問題的 MILP02-for-MPSSMSA 之執行速度確實比[DMEA04]中之以直接電力消耗模式為基礎之 MPSSMSA

問題的 MILP01-for-MPSSMSA 快很多。更進一步地，我們的 preprocessing 技巧確實可以再加快我們的 MILP02-for-MPSSMSA 之執行速度。

表 1. 不同 MPSSMSA 問題之 optimal MILP formulations 之執行時間

Different Optimal MPSSMSA formulations	Number of Nodes					
	Execution time(s)	V =10	V =15	V =20	V =25	V =30
MILP01-for-MPSSMSA		0.20	2.68	70.57	203.21	600 ↑
MILP02-for-MPSSMSA		0.06	0.49	7.45	37.85	140.58
Preprocessing (6.1)+ MILP02-for-MPSSMSA		0.05	0.19	3.35	20.58	94.03

8. 結論

在這篇論文中，我們已討論如何使用 optimal MILP formulation 來解 MPSSMSA 問題。雖然文獻中已經有一個 optimal MILP formulation 被提出來解 MPSSMSA 問題，但當無線網路上有較多節點時，此 formulation 之執行時間便會變得非常長，因此它的實用價值受到限制。在這一篇論文中，我們以遞增電力消耗模式來為 MPSSMSA 問題設計一個 optimal MILP formulation。電腦模擬結果顯示相對於 MILP01-for-MPSSMSA，我們的 MILP02-for-MPSSMSA 可以節省大量的執行時間。進一步地，當應用預先處理技巧 preprocessing(6.1)來將電力消耗較大的鏈結去除時，則我們可以節省更多的執行時間。

参考文献

- [CaHE02] M. Cagalj, J.P. Hubaux, and C. Enz, "Minimum Energy Broadcast in All-Wireless Networks: NP-Completeness and Distribution Issues," *Proc. of the 8th ACM International Conference on Mobile Computing and Networking (Mobicom 2002)*, September 2002.
- [CPLEX] <http://www.cplex.com>
- [DMEA03] A.K. Das, R.J. Marks, M.A. El-Sharkawi, P. Arabshahi, and A. Gray, "Minimum Power Broadcast Trees for Wireless Networks: Integer Programming Formulations," *Proc. of IEEE INFOCOM 2003*, vol. 2, 2003, pp. 1001-1010.
- [DMEA04] A.K. Das, R.J. Marks, M.A. El-Sharkawi, P. Arabshahi, and A. Gray, "Optimization Methods for Minimum Power Multicasting in Wireless Networks with Sectorized Antennas," *Proc. of IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, March 2004, pp. 1299-1304.
- [GaJo79] M.R. Garey and D.S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, Freeman, New York, 1979.
- [GoWi02] A.J. Goldsmith and S.B. Wicker, "Design Challenges for Energy-Constrained Ad Hoc Wireless Networks," *IEEE Wireless Communications*, vol. 9, no. 4, 2002, pp. 8-27.
- [GuYa05] S. Guo and O. Yang, "Formulation of optimal tree construction for maximum lifetime multicasting in wireless ad-hoc networks with adaptive antennas," *IEEE International Conference on Communications*, vol. 5, pp. 3370-3374, May 2005./
- [GuYa06] S. Guo and O. Yang, "Minimum-energy multicast in wireless ad hoc networks with adaptive antennas: milp formulations and heuristic algorithms," *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 5, no.4, pp. 333-346, 2006.
- [HiLi86] F. S. Hillier and G. J. Lieberman, *Introduction to operations research*, Copyright 1986 in Taiwan, Republic of China by Holden-Day, Inc.
- [MiBa02] A. Misra and S. Banerjee, "MRPC: maximizing network lifetime for reliable routing in wireless environments," *WCNC2002*, pp. 800-806, March 2002.
- [MoGa05] R. Montemanni and L.M. Gambardella, "Exact Algorithms for the Minimum Power Symmetric Connectivity Problem in Wireless Networks," *Computers and Operations Research*, vol. 32, no.11, November 2005, pp. 2891-2904.
- [MoGD05] R. Montemanni, L.M. Gambardella, and A.K. Das, "The Minimum Power Broadcast Problem in Wireless Networks: A Simulated Annealing Approach," *Proc. of IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, New Orleans, U.S.A., March 2005.
- [MuMa04] C. S. R. Murthy and B. S. Manoj, *Ad Hoc Wireless Networks: Architectures and Protocols*, Prentice Hall, 2004.
- [WaGu03] B. Wang and S. K. S. Gupta, "G-REMIT: an algorithm for building energy efficient multicast trees in wireless ad hoc networks," *Second IEEE International Symposium on Network Computing and Applications*, pp. 265-272, April 2003.
- [WiNE00] J.E. Wieselthier, G.D. Nguyen, and A. Ephremides, "On the Construction of Energy-Efficient Broadcast and Multicast Trees in Wireless Networks," *Proc. of 19th IEEE INFOCOM*, 2000, pp. 585-594.