

具有溝通策略之分群粒子群演算法

黃承龍

國立高雄第一科技大學 資訊管理系
clhuang@ccms.nkfust.edu.tw

沈家豪

國立高雄第一科技大學 資訊管理系
u9424823@ccms.nkfust.edu.tw

摘要

本研究提出具有溝通策略的分群粒子群演算法是從傳統粒子群演算法 (Particle Swarm Optimization; PSO) 延伸而來，亂數產生粒子群過後，讓粒子群間交換資訊，採用粒子群間的兩種溝通策略，其一為交換粒子群彼此間的最佳解；其二為交換粒子群中的組成成員，採用典型的連續型問題來獲得求解品質與運算成本的評估標準，進行實驗比較傳統粒子群演算法、無溝通分群粒子群演算法、溝通策略 1 之分群粒子演算法、溝通策略 2 之分群粒子演算法四種模型的效能，依據實驗結果發現採用成員交換的溝通策略 2 之分群粒子群演算法表現較佳。

關鍵字：粒子群演算法 (Particle Swarm Optimization)；溝通策略 (Communication Strategy)

1. 前言

粒子群演算法 (Particle Swarm Optimization; PSO) 最早於 1995 年由 Kennedy 與 Eberhart [1] 發展提出，接著許多研究已經運用於連續型問題 [1] [2] 上，並且成功得到趨近最佳解。本研究探討在粒子群隨機分為多個粒子群後，各粒子群將獨自進行傳統粒子群演算法的運算，群與群之間加入了溝通策略作為粒子群間交換訊息的方式，也意涵著讓每個粒子群也能被其他群的運算結果受影響，目的在於提高各粒子群演算上的多樣性，因此本研究針對典型連續型問題上的求解品質與運算成本作為實驗評估標準，與傳統粒子群演算法和分群粒子群演算法採用溝

通策略相互比較。

後續章節中，第二章將說明粒子群演算法及溝通策略的文獻探討；第三章會說明本研究所提出的溝通策略；第四章將展示在求解連續型問題時粒子群演算法有無溝通策略的實驗結果與分析；第五章提出本研究結論。

2. 文獻探討

2.1 粒子群演算法

粒子群演算法 (Particle Swarm Optimization; PSO)，在自然界透過觀察鳥類覓食、蜜蜂群聚搜尋、魚群覓食搜尋等，觀察這些社會行為所發展出此最佳化搜尋演算法，在此演算法隱含著社會行為，在每一個體在此稱為粒子，每一個粒子移動於 n 維度的求解空間中，並且可以記下粒子曾經走過的最佳解位置，以傳達各粒子間相互影響的訊息，包括各粒子的位置、加速度及各粒子的求解符合程度。在每一代中，每一個粒子經由以下公式計算各粒子之加速度：

$$V_i^{t+1} = V_i^t + C_1 * Rand() * (P_i^t - X_i^t) + C_2 * Rand() * (P_g^t - X_i^t) \quad (1)$$

$Rand()$ 是一個介於 0 與 1 之間的隨機亂數， t 代表第 t 代演化， i 是指第 i 粒子，

w 是屬於慣性權重， X_i 是粒子現在的位置， P_i 是粒子曾經走過的區域最佳解位置， P_g 是指在所有粒子中的全域最佳解，

C_1 和 C_2 是權重決定區域最佳解 (Best local solution; BLS) 和全域最佳解 (Best

global solution; BGS)的影響程度， C_1 和 C_2 控制粒子被拉往 *pbest* 或是 *gbest* 位置之影響力，通常兩個學習因子被設定為2.0或是1.49445[3][4]。兩個學習因子通常被設成相同值，意味著在自我方面的搜尋(Cognitive searching)以及社會方面的搜尋(Social searching)具有著同樣的比重。

計算出某粒子加速度 V 後，粒子將依照下列公式(2)更新此粒子的新位置：

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (2)$$

因此各粒子的移動是受到區域最佳解以及全域最佳解的影響。當從各粒子群中發現有更好的區域最佳解時，將更新為新的全域最佳解。區域最佳解基於此粒子自身的歷史訊息來做出改變，不會受到其他粒子群的改變而受影響。

粒子群演算法步驟描述[5]：

步驟一：初始化粒子群，隨機產生粒子的

初始位置(X_i)及加速度(V_i)。

步驟二：計算出每個粒子適應值(Fitness)。

步驟三：對每粒子，依照適應值與歷代最

佳解 P_i (P-best)做比較，如果較

優，則更新 P_i (P-best)值及位置。

步驟四：對每個粒子，依照其適應值與全域粒子群最優解 P_g (Global-best)

做比較，如果較優則更新 P_g (Global-best)值及位置。

步驟五：根據公式(1)、(2)調整各粒子的速度及位置。

步驟六：如果達到結束條件(滿足演化代數、取得最佳解)，則中止演算法，否則重回步驟二。

2.2 遷移策略

從Matsumura 和Nakamura等人的研究中[6]，在基因演算法的概念下，基因串列經過分群後，將子群視為獨立島嶼(island)，子群體交換資訊的溝通方式稱為

「遷移拓樸」(Migration topology) [7]。島嶼在進行遷移溝通時，在拓樸架構中採用環狀(Ring cycle)架構是可以避免過早收斂的較佳方法[6]。並且進一步發現，開始溝通的代數將會影響整體粒子群收斂狀態，當各子群間的溝通頻繁將會使得粒子群內部成員失去多樣性，讓粒子群的搜尋結果將產生過早收斂的情況，當子群間的溝通過少時，容易落入局部最佳解[8]。

遷移率(Migration rate)為島嶼間資訊交換的比率，即遷出的個體大小除以粒子群體的大小，決定島嶼間所要交換的成員比例，依據Pierreval [8] 在西元2000年及Tan [9]在西元2003年的研究結果指出較少的遷移率似乎是較好的策略。

3. Group PSO 與溝通策略設計

本研究所採用分群粒子群演算法(Group particle swarm optimization; Group PSO)是根據傳統粒子群演算法經過分群後，加入了在粒子群間有溝通策略的功能，讓粒子群與群之間能夠採用兩種溝通策略。

3.1 分群粒子群演算法(Group PSO)

本文中的分群粒子群演算法(Group PSO)代表涵義為有分群的粒子群演算法，分群方式為隨機分群，每群粒子數為粒子總數除以分群數，各粒子群將成為獨立島嶼各自採用傳統粒子群演算法(PSO)之運算求得最佳解，因此Group PSO代表為粒子群與粒子群之間不具有溝通能力。

3.2 溝通策略設計

本研究將依據遷移(Migration)的概念衍生出粒子群間彼此交換資訊的方式，稱之為溝通策略(Communication strategy)：

(1)溝通策略一：首先將粒子群分群，本研究將以隨機分為四子群為例，在粒子群與群之間採用拓樸架構為環狀架構(Ring) [6]，依序交換粒子群間的群中粒子最佳解

(N-best)，也就是由第一群粒子群把N-best交與給第二群粒子群；第二群粒子群把N-best交與給第三群粒子群；第三群粒子群把N-best交與給第四群粒子群；而第四群粒子群把N-best交與給第一群粒子群，如圖 1 所示。

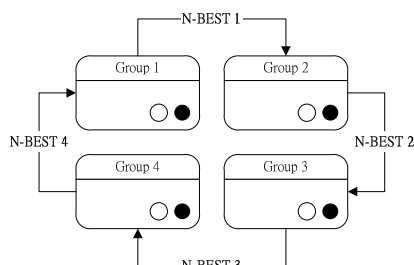


圖 1 採用 Group PSO 溝通策略 1 示意圖

(2)溝通策略二：首先將粒子群分群，將以隨機分為四子群為例，在粒子群與群之間採用拓撲架構環狀架構為(Ring)，依序交換粒子群彼此間的組成成員[8] [9]，從各群中隨機挑出固定比率的成員數進行交換，在本研究中採用遷移率(Migration rate)為 20%，將隨機挑選出 20%的粒子成員依序進行交換，如圖 2 所示。

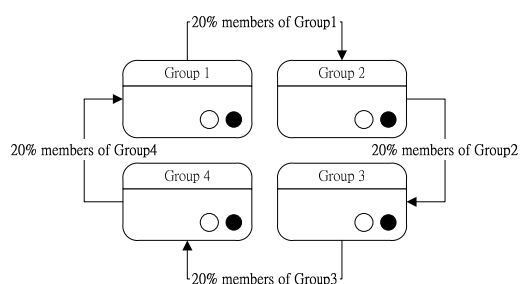


圖 2 採用 Group PSO 溝通策略 2 示意圖

在此介紹本研究所採用的分群粒子群演算法步驟描述：

- 步驟一：初始化粒子群，隨機產生粒子的初始位置(X_i)及加速度(V_i)。
- 步驟二：隨機分群，每群粒子數為粒子總數除以分群數。
- 步驟三：計算出每群中的粒子適應值

(Fitness)。

- 步驟四：每個粒子，依照其適應值與歷代最好解 P_i (P-best)做比較，如果較優 則更新 P_i (P-best)值及位置。

- 步驟五：每群中的粒子，依照其適應值與所屬的群中粒子最優解 P_n (N-best)做比較，如果較優則更新 P_n (N-best)值及位置。

- 步驟六：根據公式(3)、(2)調整各粒子的速度及位置。

- 步驟七：進行群與群之間溝通策略。

- 步驟八：如果達到結束條件(滿足演化代數、取得最佳解)，則中止演算法，否則重回步驟二。

本研究所採用更新粒子速度及位置的公式，是根據傳統粒子群演算法在經過分群後，所採用的粒子速度更新策略公式(3)，而粒子位置改變公式，如同公式(2)。

$$V_i^{t+1} = V_i^t + C_1 * Rand() * (P_i^t - X_i^t) + C_2 * Rand() * (P_n^t - X_i^t) \quad (3)$$

4.實驗設計與分析

為了論證上述兩種溝通策略之優劣，本研究另外設計兩種模型與之比較：(1)傳統 PSO 以及(2)無溝通之 Group PSO。

因此本研究將針對不分群的傳統粒子群演算法(PSO)、無溝通分群粒子群演算法 (Group PSO 無溝通)、溝通策略 1 之分群粒子演算法(Group PSO 溝通策略 1)、溝通策略 2 之分群粒子演算法(Group PSO 溝通策略 2)四種模型作比較。

實驗軟體環境為 matlab7.0.1 開發，硬體環境為 1.73 GHz Pentium CPU，512 MB RAM。

4.1 實驗設計

為了比較效能，本研究採用典型的連

續型問題中非線性函數[10]。函數公式如表 1 所示，測試函數(Griewank function)與(Rastrigin function)目前已知最佳解為 0。

表 1 測試函數(Test Function)

Function name	Equation
Griewank	$f_3(x) = \frac{1}{4000} \sum_{d=1}^D x_d^2 - \prod_{d=1}^D \cos\left(\frac{x_d}{d}\right) + 1$
Rastrigin	$f(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$

為求四種模型客觀比較，採用相同的參數設定，以求得在相同基礎上之比較[3][11]。表 2 整理出四種模型之參數設定， C_1 設定為 2； C_2 設定為 2；每次實驗run的次數為 50 次，分群數量為 4 群。在測試函數(Test function)中的參數設定如表 3，其中 Initial range 為粒子群初始隨機產生之範圍界限； $X_{\max}$ 為粒子移動上界限； $X_{\min}$ 為粒子移動下界限；其中 $V_{\max}$ 粒子加速度上

限將與 $X_{\max}$ 相等。

為了瞭解不同 Population size、Dimension、Generation 之設定對求解品質之影響，本研究實驗 12 種可能的組合(如表 4)，並且每種組合重複執行 50 次 run。

表 2 四種模型之參數設定

Parameter	PSO	Group PSO 無溝通	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
C_1	2	2	2	2
C_2	2	2	2	2
Run	50	50	50	50
Group	4	4	4	4

表 3 測試函數(Test Function)參數設定

Test Function	Griewank	Rastrigin
---------------	----------	-----------

Initial	± 300	± 5.12
Range		
$X_{\max}$	600	5.12
$X_{\min}$	-600	-5.12

表 4 Population Dimension Generation

參數組合 12 種類型

No.	Population Size	Dimension	Generation
1	20	10	1000
2		20	1500
3		30	2000
4	40	10	1000
5		20	1500
6		30	2000
7	80	10	1000
8		20	1500
9		30	2000
10	160	10	1000
11		20	1500
12		30	2000

4.2 評估指標

本研究將比較四種模型的求解品質以及運算成本為評估標準，在求解品質中將包含以下五種實驗結果為主：

一、命中代數(Achieved iteration)：

當粒子群演化時，其 gbest 最早命中最佳解的代數，代數越低則表示越快找到最佳解，突顯求解品質越高。

二、成功比率(Successful rate)：

粒子群在完成所有演化代數中，其 gbest 命中最佳解所占的全部比率，計算方式為公式(4)：

$$\text{Successful rate} = \frac{(\text{The Number of Hitness})}{\text{Iteration}} \times 100\% \quad (4)$$

在一次 run 中所擊中最佳解的次數除以演化總代數，以百分比為單位，百分比

越高則表示命中最佳解的比率越高，突顯求解品質的高低。

三、平均最佳解以run為單位(Mean Best Fitness in runs) [12]：

將針對非線性連續型問題(Test Function)來求解各函數最佳解，來評估各模型的平均最佳解，因為粒子群演算法的結果容易跳動，因此評估標準將以實驗參數run在進化式演算法中定義為所有演化代數[13]，設定為 50 次(runs) [12]當作執行結果，加以平均run次數得到所列之平均最佳解(Mean Best Fitness)，計算方式為公式(5)：

$$\text{Mean Best Fitness (in runs)} = \frac{\sum_{i=1}^R (gbest_i)}{R} \quad (5)$$

R 代表 run 的次數， $gbest$ 代表在每一次 run 中經過粒子群演化後的最佳解，也就是加總每一次 run 之全域最佳解加總後的總和，除以 run 的總數，如同公式(5)，所得到的平均最佳解，用以觀察每次 run 中是否造成過早收斂之情形。

四、平均最佳解以代為單位(Mean Best Fitness in iteration)：

在每一次 run 之中，為了觀察每一代的收斂情形，因此在此計算每一代的平均最佳解計算公式(6)為：

$$\text{Mean Best Fitness (iteration)} = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^I (gbest_{r,i})}{R \times I} \quad (6)$$

I 代表每一次 run 所經過的演化代數， R 代表 run 的次數， $gbest$ 代表在每一代中經過粒子群演化後的最佳解，也就是加總每一次 run 經過每一代之全域最佳解加總後的總和，除以 run 的總數與代數的乘積，如同公式(6)，所得到的平均最佳解，用以觀察每代中是否造成過早收斂之情形。

五、擊中最佳解比率 Hit rate (%)

擊中最佳解比率(Hit Rate)計算方式

為公式(7)：

$$\text{Hit Rate} = \frac{\sum_{i=1}^R (\text{Hit}_i)}{R} \times 100\% \quad (7)$$

擊中最佳解的次數除以 run 的總數，如同公式(7)，以百分比為單位，當百分比越高則表示求解品質越好。

本研究對運算成本的評估，採用以下評估標準：

六、運算時間成本(Time Cost)：

計算各模型每一次 run 演化完所有代數後，所花費的總時間成本，以秒為單位，數值越小表示花費的時間成本越低。

4.3 實驗結果分析

圖 3 展示由實驗參數設定 population 大小為 76；Dimension 為 20；粒子總代數為 1000 代，各模型在求解 Griewank Test Function 時，1000 代中平均最佳解之實驗結果於圖 3 所示。可觀察出四種模型 PSO、Group PSO、Group PSO 溝通策略 1、Group PSO 溝通策略 2 的求解收斂至最佳解的速度。表現最佳者為 Group PSO 溝通策略 2 並且從圖 3 也可發現凡具有溝通策略的 Group PSO 都能夠在 100 代以內收斂至 1 趨近最佳解的模型。

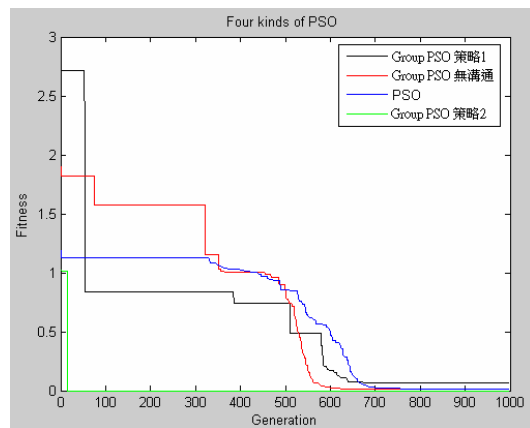


圖 3 四種類型 PSO 模型之收斂示意圖
(展示至第 1000 代)

依據表 7 至表 12 集合四種類型的

PSO 模型，在五種評估標準 Achieved iteration、Success rate、Mean Best Fitness (iterations)、Mean Best Fitness (in runs)、Hit Rate 中表現的平均值彙整成表 5，以及表 6 是由表 13 至表 20 所匯集而成之結果。

表 5 四類 PSO 模型之評估結果表
(採用 Griewank Test Function)

	PSO	Group PSO 無溝通	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
Achieved iteration	581.75	424	81.428	16.1
Success rate	96.45	71.73	94.571	98.927
Mean Best Fitness (iterations)	0.877± 0.481876	1.122± 0.592001	0.3088± 0.194258	0.3908± 0.291451
Mean Best Fitness (in runs)	0.017± 0.013475	0.0581± 0.15522	0.08605± 0.098706	0.00707± 0.022918
Hit Rate	26%± 15.3433%	47%± 20.2231%	59%± 21.4858%	99%± 2.2111%

(表現最佳的數值，以粗體字型標示)

表 6 四種 PSO 模型之評估結果表
(採用 Rastrigin Test Function)

	PSO	Group PSO 無溝通	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
Achieved iteration	837.1± 396.1203	1033.7± 492.1935	59.5± 26.52263	12.2± 3.6
Success rate	44.19%± 26.41%	31.09%± 32.81%	96.03%± 1.77%	99.19%± 0.24%
Mean Best Fitness (iterations)	3.3659± 2.3001	5.289660± 3.503872	2.1543694± 1.44170441	0.5865393± 0.51153026
Mean Best Fitness (in runs)	0.0464± 0.093	0.0294579± 0.065428	0.1171717± 0.240645	0
Hit Rate	83%± 31%	62%± 37%	69%± 30%	100%± 0%

(表現最佳的數值，以粗體字型標示)

如表 5、6 所示，各模型數值表現最佳的以粗體字型標示，從五種評估指標觀察(1)Achieved iteration 此評估標準中觀察到溝通策略 2 平均在 16.1 代(表 5)和 12.2 代(表 6)即可找到最佳解在四種模型中表現最好；也同時在(2)Success rate 評估標準中，採用溝通策略 2 在 1500 代中成功擊中最佳解的比率為 98.927%(表 5)和(表 6)表現最好；而在(3)Mean Best Fitness

(iterations)評估標準中，本研究發現溝通策略 1 與溝通策略 2 在每一代中的最佳解所得平均為 0.3088(表 5)與 0.3988(表 5)，表示兩者相較於其他兩種模型均有良好的接近最佳解的表現；在(4)Mean Best Fitness (in runs)50 次 run 中，Group PSO 溝通策略 2 所求得平均最佳解為 0.00707(表 5)與 0(表 6)，在四種模型中表現最佳；從(5)Hit Rate 觀察中依據在表 5 所示 Group PSO 溝通策略 2 的 Hit Rate 在 50 次 runs 內達到 99%以及 100%(表 6)擊中最佳解的比率，因此 Group PSO 溝通策略 2 與其他三種模型比較起來，不會產生過早收斂導致落入區域最佳解的現象，收斂速度略低於 Group PSO 溝通策略 1。

4.4 求解品質

在求解品質上，Group PSO 經過分群過後，同時讓粒子個數分散於各群中，各群間沒有溝通機制，屬於獨立的島嶼，卻能依照傳統粒子群演算法各自演化，可以從圖 4-6 比較中，依據 PSO 及 Group PSO 的平均最佳解(Mean best fitness)及最佳解命中率(Hit rate)的結果顯示，本研究發現在平均最佳解的表現上無溝通能力之 Group PSO 在最佳解命中率(Hit rate)上有較優的表現。由圖 6 中可觀察到將可觀察到經過分群後加入溝通策略的 Group PSO 溝通策略 1、Group PSO 溝通策略 2，分群及採用了溝通策略後，在求解平均最佳解的表現上有明顯的收斂效果並且在最佳解命中率(Hit rate)與無溝通策略比較起來能夠有效提高命中率。

從圖 6 中可以觀察到粒子群間採用溝通策略二中的交換粒子群間的組成成員的求解品質表現最佳，在交換的過程中也意涵著可能交換了在群組間表現最佳之粒子，而這些粒子經過被挑選到而交換

至其他粒子群中，而相互影響了其粒子群的表現，因此也就如表 4 所示(Hit Rate)能夠達到 99%的收斂至最佳解的命中率。

4.5 運算成本

在運算成本上，從圖 7 的 PSO 及 Group PSO 比較時間成本折線圖和表 12 的數據顯示可以觀察到 PSO 的運算時間較少於具有分群的 Group PSO、溝通策略 1 及溝通策略 2，本研究採用一台機器做分群運算，因此每代運算時間將會受到每群運算代數和分群數目所影響，在分群過後的粒子群演算法中可發現，部分運算時間將花費於粒子群溝通時間上。

5. 結論

本研究中提出了具有溝通策略的分粒子群演算法(Group PSO)，依據實驗結果所示具有溝通策略的分粒子群演算法，因為具備各粒子群獨立做運算並且透過溝通策略來交換不同群組間的粒子資訊，以求達到粒子群與群間的溝通效果，來修正本身粒子可能陷入在區域最佳解的困境，因此求解品質上能夠得到平均較優的最佳解和收斂時間，在運算成本表現上在非分散式處理的硬體環境下執行，也能夠在合理時間內完成運算。

因此本研究依據實驗結果展示出在分群粒子群演算法中採用溝通策略，在求解品質上優於未分群傳統粒子群演算法與無溝通策略之分群粒子群演算法，並且進一步發現當採用分為多群的粒子群演算法各自採用粒子群演算法運算，適時採用交換粒子群成員的溝通方式表現最佳。

參考文獻

- [1] Kennedy, J., Eberharzst, R. C., "Particle Swarm Optimization," *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp.1942-1948, 1995.
- [2] Kennedy, J., "The Particle Swarm: Social Adaptation of Knowledge," in *Proc. 1997 Int. Conf. Evolutionary Computation*, Indianapolis, IN, Apr., pp. 303-308, 1997.
- [3] Eberhart, R. C., Shi, Y., "Comparing Inertia Weights And Constriction Factors In Particle Swarm Optimization," *In: Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation*, Washington, DC, pp. 84-8, 2000.
- [4] Clerc, M., "The Swarm and the Queen: Towards a Deterministic and Adaptive Particle Swarm Optimization," *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Seoul, Korea, 1999.
- [5] Elbeltagi, E., Hegazy T. and Grierson D., "Comparison Among Five Evolutionary-Based Optimization Algorithms," *Applied Engineering Informatics*, Vol. 19, pp. 43-53, 2005.
- [6] Matsumura, T., Nakamura, M., Miyazato, D., Onaga, K., Okech, J., "Effects of Chromosome Migration on a Parallel and Distributed Genetic Algorithm," *International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks*, pp.357-361, 1997.
- [7] Tanese, R., "Distributed Genetic Algorithms," *3rd International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 434-439, 1989.
- [8] Pierreval, H., Paris, J. L., "Distributed Evolutionary Algorithms for Simulation Optimization," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Part A, Vol.30, No.1, pp.15-24, 2000.
- [9] Tan, K. C., Tay, A., Cai, J., "Design and Implementation of a Distributed Evolutionary Computing Software," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Part C (Applications and Reviews)*, Vol. 33, No. 3, pp.325-338, 2003.
- [10] Clerc, M., Kennedy, J., "The Particle Swarm - Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 6(1):58-73, 2002.
- [11] Qian, Li, Zhang, Xing Li, Quang Ahn Tran, "A Modified Particle Swarm Optimization Algorithm," *Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Guangzhou, 18-21 August,

- 2005.
- [12] Shi, Y. and Eberhart, R. C., "Empirical Study of Particle Swarm Optimization," *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation*, Piscataway, NJ: IEEE Service Center, pp.1945-1950., 1999.

- [13] Eberhart, R. C., Shi, Y. H., "Comparison between Genetic Algorithms and Particle Swarm Optimization," *1998 Annual Conference on Evolutionary Programming, San Diego*, 1998.

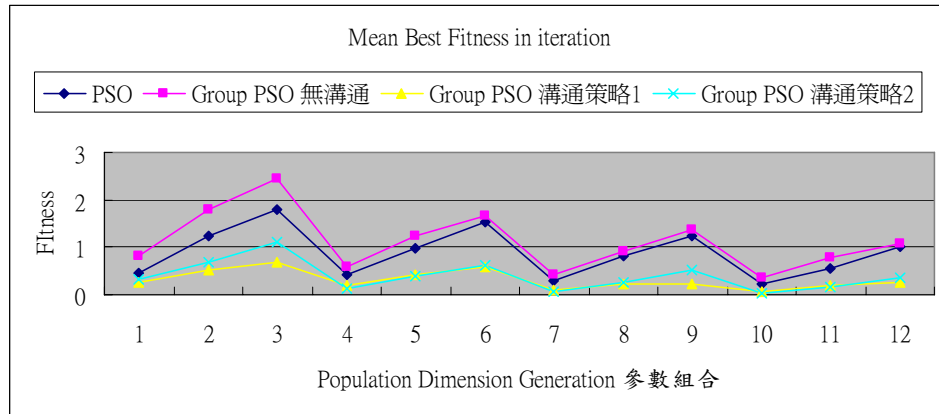


圖 4 四種 PSO 模型之 Mean Best Fitness in iterations 折線圖
(Based on Griewank Test Function)

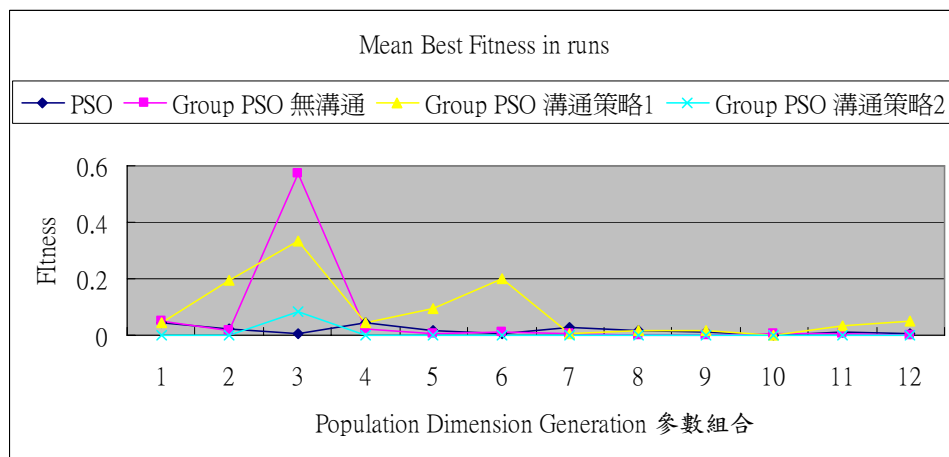


圖 5 四種 PSO 模型之 Mean Best Fitness in runs 折線圖
(Based on Griewank Test Function)

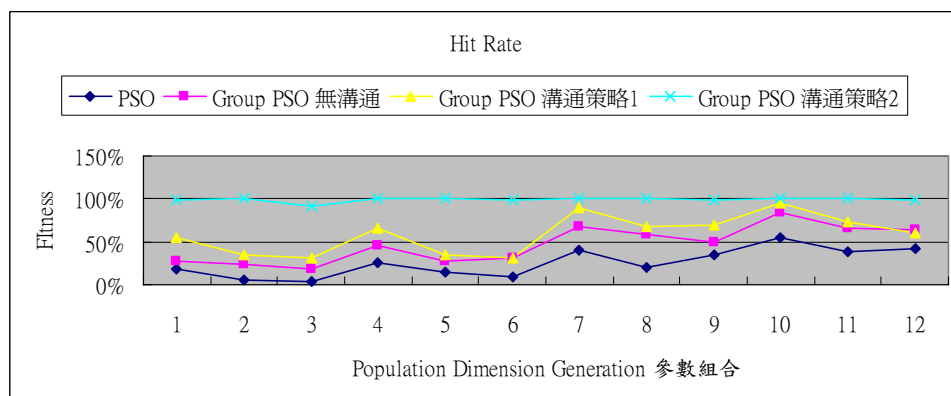


圖 6 四種 PSO 模型之 Hit Rate 折線圖
(Based on Griewank Test Function)

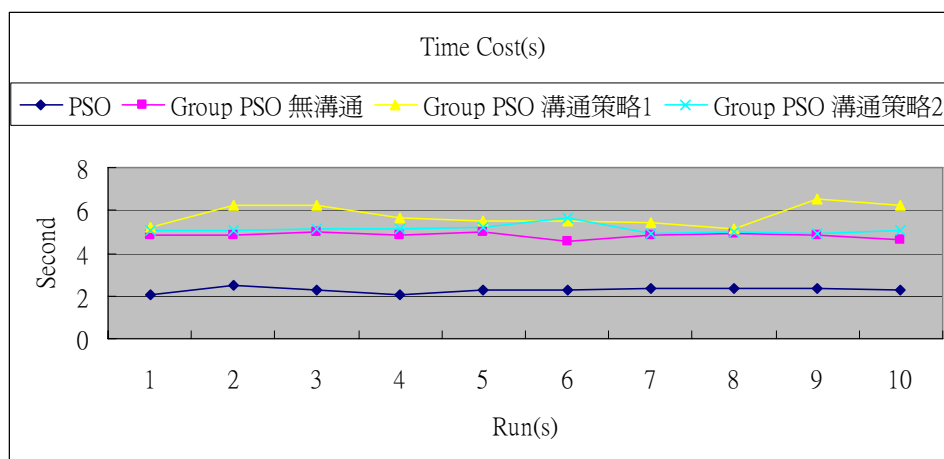


圖 7 比較四種 PSO 模型之時間成本折線圖
(Based on Griewank Test Function)

Griewank Test Function:

表 7 四種 PSO 模型之命中代數(Achieved iteration)比較表

Run	PSO	Group PSO	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
1	65	1500*	58	11
2	1500*	1477	127	25
3	1102	1500*	52	35
4	1076	66	1500*	17
5	1500*	1500*	121	12
6	84	1500*	1500*	13
7	1500*	56	83	6
8	1500*	97	71	17
9	1500*	1500*	1500*	13
10	1500*	1500*	58	12
Average	581.75	424	81.42857	16.1

(* 表示無法命中最佳解，將不列入平均值的計算)

表 8 四種 PSO 模型之成功率(Success rate)比較表(%)

Run	PSO	Group PSO	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
1	96.33	0*	96.13333	99.27
2	0*	1.533333	91.53333	98.33
3	0*	0*	96.53333	97.67
4	94.80	95.6	0*	98.87
5	0*	0*	91.93333	99.20
6	96.73	0*	0*	99.13
7	96.80	96.26667	94.46667	99.60

8	97.67	93.53333	95.26667	98.87
9	0*	0*	0*	99.13
10	96.40	0*	96.13333	99.20
Average	96.455	71.73333	94.57143	98.927

(* 表示無法命中最佳解，將不列入平均值的計算)

表 9 粒子群演算法(PSO)之平均最佳解和命中率(based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	0.4676665	0.04286579	18 %
	20	1500	1.223350	0.019999376	6 %
	30	2000	1.784795	0.006620545	4 %
40	10	1000	0.4178011	0.04452202	26 %
	20	1500	0.9623191	0.01894017	14 %
	30	2000	1.541167	0.006214748	10 %
80	10	1000	0.2965269	0.02574748	40 %
	20	1500	0.8118659	0.01559361	20 %
	30	2000	1.232908	0.008483618	34 %
160	10	1000	0.2231813	0.001339636	54 %
	20	1500	0.5561293	0.01173900	38 %
	30	2000	1.008515	0.007299857	42 %
Average:	20	1500	0.877185	0.017447	26%

表 10 分群粒子群演算法(Group PSO 無溝通)之平均最佳解和命中率(based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	0.8152870	0.04879753	28 %
	20	1500	1.792905	0.01936761	24 %
	30	2000	2.458745	0.5710979	18 %
40	10	1000	0.5881575	0.02215179	46 %
	20	1500	1.241610	0.005176924	28 %
	30	2000	1.653156	0.01316028	32 %
80	10	1000	0.4340111	0.006931032	68 %
	20	1500	0.8983211	0.002667802	58 %
	30	2000	1.372320	0.0005973235	50 %
160	10	1000	0.3508141	0.003100674	84 %
	20	1500	0.7898143	0.004044743	66 %

	30	2000	1.077360	0.0005918804	64 %
Average:	20	1500	1.122708	0.05814	47%

表 11 Group PSO 溝通策略 1 之平均最佳解和命中率 (based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	0.2511150	0.04335017	54 %
	20	1500	0.5279902	0.1931285	34 %
	30	2000	0.6955006	0.3351754	32 %
40	10	1000	0.1854726	0.04202217	66 %
	20	1500	0.4265393	0.09705034	34 %
	30	2000	0.5878908	0.1974422	32 %
80	10	1000	0.08320520	0.006581853	90 %
	20	1500	0.2212158	0.01693091	68 %
	30	2000	0.2384399	0.01866790	70 %
160	10	1000	0.06050848	0.0008010557	96 %
	20	1500	0.1830462	0.03392047	74 %
	30	2000	0.2456975	0.04761684	60 %
Average:	20	1500	0.308885	0.086057	59%

表 12 Group PSO 溝通策略 2 之平均最佳解和命中率 (based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	0.3294374	0.001169955	98 %
	20	1500	0.6994252	0	100 %
	30	2000	1.095090	0.08307644	92 %
40	10	1000	0.1313217	0	100 %
	20	1500	0.3959694	0	100 %
	30	2000	0.6169637	0.0005617534	98 %
80	10	1000	0.08047057	0	100 %
	20	1500	0.2525019	0	100 %
	30	2000	0.5138371	0.000000461038174	98 %
160	10	1000	0.03484169	0	100 %
	20	1500	0.1716067	0	100 %
	30	2000	0.3693242	0.00009864673	98 %
Average:	20	1500	0.390899	0.007076	99%

表 13 四種類型 PSO 模型之時間成本(Time Cost)比較表(sec.)

Run	PSO	Group PSO	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
1	2.078000	4.828000	5.182000	5.094000
2	2.516000	4.875000	6.265000	5.062000
3	2.250000	4.984000	6.203000	5.141000
4	2.078000	4.844000	5.656000	5.156000
5	2.265000	4.969000	5.468000	5.218000
6	2.250000	4.515000	5.485000	5.625000
7	2.328000	4.844000	5.406000	4.907000
8	2.375000	4.907000	5.172000	4.985000
9	2.360000	4.844000	6.531000	4.953000
10	2.297000	4.594000	6.245000	5.031000
Average	2.2797	4.8204	5.7613	5.1172

Rastrigin Test Function:

表 14 四種 PSO 模型之命中代數(Achieved iteration)比較表

Run	PSO	Group PSO	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
1	1039	1279	82	11
2	44	1336	53	12
3	1054	1206	48	5
4	1006	50	27	18
5	1075	1353	124	9
6	50	67	56	11
7	1083	1247	74	13
8	1017	1235	53	16
9	1021	1164	35	11
10	982	1400	43	16
Average	837.1	1033.7	59.5	12.2

(* 表示無法命中最佳解，將不列入平均值的計算)

表 15 四種 PSO 模型之成功率(Success rate)比較表(%)

Run	PSO	Group PSO	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
1	30.73%	14.73%	94.53%	99.27%
2	97.07%	10.93%	96.47%	99.20%
3	29.73%	19.60%	96.80%	99.67%
4	32.93%	96.67%	98.20%	98.80%
5	28.33%	9.80%	91.73%	99.40%
6	96.67%	95.53%	96.27%	99.27%

7	27.80%	16.87%	95.07%	99.13%
8	32.20%	17.67%	96.47%	98.93%
9	31.93%	22.40%	97.67%	99.27%
10	34.53%	6.67%	97.13%	98.93%
Average	44.19%	31.09%	96.03%	99.19%

(* 表示無法命中最佳解，將不列入平均值的計算)

表 16 粒子群演算法(PSO)之平均最佳解和命中率(based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	1.275281	0	100 %
	20	1500	5.102992	0.1989918	38 %
	30	2000	8.565464	0.2984886	2 %
40	10	1000	1.030952	0	100 %
	20	1500	3.707600	0.01989922	94 %
	30	2000	5.483876	0.01989936	64 %
80	10	1000	0.8739102	0	100 %
	20	1500	2.784350	0	100 %
	30	2000	5.280752	0.01989918	96 %
160	10	1000	0.7047195	0	100 %
	20	1500	2.064746	0	100 %
	30	2000	3.516397	0	100 %
Average:	20	1500	3.365919975	0.0464315	83%

表 17 分群粒子群演算法(Group PSO)之平均最佳解和命中率(based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	2.625680	0.00004152030	52 %
	20	1500	8.732371	0.08255011	14 %
	30	2000	12.40639	0.2310418	8 %
40	10	1000	1.664073	0	100 %
	20	1500	5.635336	0.0000008850695	30 %
	30	2000	9.670584	0.03986052	20 %
80	10	1000	1.123367	0	100 %
	20	1500	4.307406	0.00000001012168	86 %
	30	2000	7.118702	0.0000005131827	30 %
160	10	1000	0.9145616	0	100 %

	20	1500	3.294374	0	100 %
	30	2000	5.983083	0.0000000024869	98 %
Average:	20	1500	5.289660633	0.0294579	62%

表 18 Group PSO 溝通策略 1 之平均最佳解和命中率 (based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	1.080969	0.00003892152	88 %
	20	1500	3.027876	0.2020694	40 %
	30	2000	5.718829	0.8903802	10 %
40	10	1000	0.7664655	0	100 %
	20	1500	2.185822	0.08535637	54 %
	30	2000	3.574033	0.1152490	32 %
80	10	1000	0.6959783	0	100 %
	20	1500	1.563948	0.009887354	82 %
	30	2000	3.042657	0.06234056	44 %
160	10	1000	0.6009614	0	100 %
	20	1500	1.324989	0.001970224	96 %
	30	2000	2.269905	0.03876846	78 %
Average:	20	1500	2.154369433	0.1171717	69%

表 19 Group PSO 溝通策略 2 之平均最佳解和命中率 (based on 50 runs.)

Population Size	Dimension	Generation	Mean Best Fitness (in iterations)	Mean Best Fitness (in runs)	Hit Rate
20	10	1000	0.3686831	0	100 %
	20	1500	1.051696	0	100 %
	30	2000	2.099106	0	100 %
40	10	1000	0.2487726	0	100 %
	20	1500	0.5177906	0	100 %
	30	2000	0.6970838	0	100 %
80	10	1000	0.1939202	0	100 %
	20	1500	0.4412560	0	100 %
	30	2000	0.5170914	0	100 %
160	10	1000	0.1644626	0	100 %
	20	1500	0.3212160	0	100 %
	30	2000	0.4173934	0	100 %
Average:	20	1500	0.586539308	0	100 %

表 20 四種 PSO 模型之時間成本(Time Cost)比較表(sec.)

Run	PSO	Group PSO	Group PSO 溝通策略 1	Group PSO 溝通策略 2
1	1.891000	5.703000	5.609000	5.531000
2	1.906000	5.563000	5.453000	5.562000
3	1.968000	5.656000	5.390000	5.797000
4	1.797000	6.171000	5.156000	5.469000
5	1.953000	5.859000	5.375000	5.203000
6	1.859000	5.562000	5.453000	5.453000
7	1.875000	5.454000	5.422000	5.938000
8	1.875000	5.610000	5.516000	5.735000
9	1.859000	5.656000	5.313000	5.985000
10	1.844000	5.890000	5.391000	5.265000
Average	1.8827	5.7124	5.4078	5.5938